البرهان بالتراجع: هناك طريقة أخرى للاستدلال (البرهان)، نسميها البرهان بالتراجع أو بالتدريج. القضايا المراد إثباتها والمعنية بهذا النوع من البراهين هي التي تتعلق بوسيط طبيعي، واحد أو أكثر.

فيما يلي نورد المبدأ والمبرر المؤسسين لنمط البرهان بالتراجع:

نظرية 1.1 كل مجموعة جزئية X من مجموعة الأعداد الطبيعية IN بحيث :

$$0 \in X \quad \wedge \quad [(\forall x \in X):\ x+1 \in X]$$

هي IN نفسها.

نظرية 2.1 إذا كانت p خاصية ما معرفة على IN بحيث :

$$p(0) \quad \wedge \quad [(\forall n \in IN) \quad (p(n) \Rightarrow \ p(n+1))]$$

فإن p صحيحة من أجل كل n من IN.

أي أنه إذا كانت الخاصية محققة عند العدد الطبيعي الأول وكانت صحتها من أجل عدد طبيعي كيفي n $(n \geq 1)$ تؤدي إلى صحتها في المرتبة الموالية فإن الخاصية صحيحة على كل الأعداد الطبيعية. نشير في الأخير أنه عند فرضنا صحة $p(n)$ فهذا يعني أن p كذلك صحيحة عند كل المراتب التي تسبق n.

مثال: من أجل كل عدد طبيعي n نضع

$$S_n = \sum_{k=0}^{n} k^2 = 0^2 + 1^2 + 2^2 + 3^2 + \cdots + n^2 \quad \text{و} \quad \alpha_n = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$$

ونريد إثبات القضية: $\forall n \in IN:\ S_n = \alpha_n$.

الخاصية $p(n)$ المراد إثباتها هي: مجموع مربعات الأعداد الطبيعية من 0 إلى n هو α_n.

لدينا $p(0)$: $S_0 = \sum_{k=0}^{0} k^2 = 0^2 = 0 = \alpha_0$ ،

وبالتالي $p(0)$ صحيحة.

لنفرض أن $p(n)$ صحيحة حتى العدد الطبيعي الكيفي n مع $n \geq 0$ ونثبت صحة $p(n+1)$.

من تعريف S_n و α_n (باستبدال n بـــ $n+1$) يصبح لدينا:

$$S_{n+1} = S_n + (n+1)^2 \quad \text{و} \quad \alpha_{n+1} = \frac{(n+1)(n+2)(2n+3)}{6}.$$

بتعويض كل حد بما يساويه وبإجراء عمليات التبسيط الضرورية نحصل على:

$$S_{n+1} - \alpha_{n+1} = \left(S_n + (n+1)^2\right) - \alpha_{n+1} = 0$$

ومنه $S_{n+1} = \alpha_{n+1}$.

وبالتالي الخاصية $p(n)$ المذكورة صحيحة مهما كان العدد الطبيعي n.