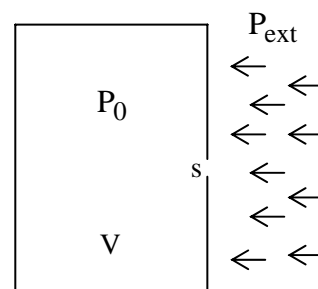


Première épreuve de moyenne durée

Exercice 1 (8 points)

On utilise une pompe à vide afin de réaliser le vide dans une enceinte de volume $V = 50\text{ l}$. Lorsqu'on arrête le pompage, il reste dans l'enceinte de l'air à la température uniforme $T = 300\text{ K}$ et sous la pression très faible $P_0 = 10^{-8}\text{ atm}$. On

pratique une ouverture carrée, de $1\mu\text{m}$ de côté, dans une paroi de l'enceinte, ce qui provoque une rentrée lente d'air extérieur de température $T = 300\text{ K}$ et de pression $P_{\text{ext}} = 1\text{ atm}$. On suppose pour simplifier que toutes les molécules ont le même vecteur vitesse, normale à la paroi trouée, de module égale à la vitesse quadratique moyenne v^* , et que $1/6$ d'entre elles se dirigent **vers cette paroi** (voir figure ci-contre).



On assimilera l'air à un gaz parfait de masse molaire $M = 29\text{ g}$.

1°) Calculer le nombre initial N_0 de molécules dans l'enceinte.

2°) Calculer, numériquement, la vitesse v^* des molécules à l'extérieur de l'enceinte.

3°) Soit n le nombre de molécules par unité de volume à l'extérieur de l'enceinte. Déterminer le nombre ΔN de molécules qui entrent dans l'enceinte pendant Δt . En déduire le nombre N de molécules contenues à l'instant t dans l'enceinte. **On négligera les molécules pouvant sortir de l'enceinte.**

4°) Déterminer alors, en fonction de P_0 , N_0 , s , v^* , n et Δt l'expression de la pression P présente à l'instant t dans l'enceinte. Au bout de combien de temps cette pression est-elle remontée à $100 P_0$.

On donne: - la constante des gaz parfaits $R = 8,32\text{ J} \cdot \text{mol}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$;

- la constante de Boltzmann $k = 1,38 \cdot 10^{-23}\text{ J} \cdot \text{K}^{-1}$;

- $1\text{ atm} = 1,013 \cdot 10^5\text{ Pa}$; $1\mu\text{m} = 10^{-6}\text{ m}$.

Exercice 2 (6 points)

Un calorimètre bien calorifugé contient une masse $m_e = 200\text{ g}$ d'eau, de capacité thermique massique $c_e = 4,185\text{ J} \cdot \text{g}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$, à la température initiale $T_i = 16,3^\circ\text{C}$.

1°) On y verse une masse $m_1 = 100\text{ g}$ d'eau à la température $T_1 = 30,5^\circ\text{C}$. Après agitation, la température finale à l'équilibre est $T_{f1} = 20,7^\circ\text{C}$.

a) Calculer la capacité thermique C du calorimètre et de ses accessoires (agitateur, thermomètre).

- b) Calorimètre et agitateur sont en laiton, de chaleur thermique massique $c_\ell = 0,4 \text{ J} \cdot \text{g}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$. Calculer approximativement leur masse m pour contrôler le résultat obtenu précédemment.
- 2°) On introduit dans le calorimètre, à nouveau dans les conditions initiales décrites ci-dessus (c'est à dire contenant seulement la masse m_e d'eau à la température T_1), un cylindre de fer, de masse $m_2 = 400 \text{ g}$, à la température $T_2 = 100^\circ \text{C}$. Après agitation et retour à l'équilibre, la température finale est $T_{f_2} = 30,1^\circ \text{C}$. Calculer la capacité thermique massique c_f du fer.

Exercice 3 (6 points)

On réalise un mélange des gaz hydrogène et oxygène dans les conditions suivantes:

$$\begin{array}{ccc} \text{hydrogène} \left\{ \begin{array}{l} V_1 = 5 \text{ l} \\ P_1 = 4 \text{ atm} \\ T_1 = 7^\circ \text{C} \end{array} & \text{oxygène} \left\{ \begin{array}{l} V_2 = 3 \text{ l} \\ P_2 = 2,5 \text{ atm} \\ T_2 = 52^\circ \text{C} \end{array} & \text{Mélange} \left\{ \begin{array}{l} V = 6 \text{ l} \\ P \\ T = 20^\circ \text{C} \end{array} \right. \end{array}$$

- 1°) Calculer les nombres de moles n_1 et n_2 des gaz hydrogène et oxygène respectivement.
- 2°) Calculer la pression P du mélange des deux gaz.
- 3°) On fait éclater une étincelle dans le récipient contenant le mélange et l'on attend le retour à la température initiale $T = 20^\circ \text{C}$. On constate la formation d'eau presque entièrement liquide dont le volume est négligeable devant le volume V du récipient.
- a) Calculer le nombre de moles du gaz restant dans le récipient.
- b) En déduire la nouvelle pression du mélange.

On admettra que le hydrogène et le oxygène sont des gaz parfaits.

On donne la réaction: $\text{H}_2 + \frac{1}{2} \text{O}_2 \rightarrow \text{H}_2\text{O}$; $H = 1$; $O = 16$.

Corrigé

Exercice 1

1° Le gaz parfait a pour équation d'état :

$$P_0 V = N_0 k T.$$

Le nombre initial de molécules est donc :

$$N_0 = \frac{P_0 V}{k T}. \quad (1)$$

Application numérique :

$$N_0 = \frac{1,013 \cdot 10^{-3} \times 50 \cdot 10^{-3}}{1,38 \cdot 10^{-23} \times 300} = 1,22 \cdot 10^{16} \text{ molécules.}$$

2° La vitesse quadratique moyenne des molécules est :

$$v^* = \sqrt{\frac{3R T}{M}}.$$

Application numérique :

$$v^* = \sqrt{\frac{8,32 \times 300}{0,029}} = 508 \text{ m/s.}$$

3° La concentration moléculaire n est donnée par l'équation d'état du gaz parfait :

$$n = \frac{P_{\text{ext}}}{k T}.$$

On supposera que n reste constant car la pression extérieure ne varie presque pas.

Application numérique :

$$n = \frac{1,013 \cdot 10^5}{1,38 \cdot 10^{-23} \times 300} = 2,44 \cdot 10^{25} \text{ molécules} \cdot \text{m}^{-3}.$$

Il y a $\frac{n}{6}$ molécules par unité de volume se déplaçant vers la paroi trouée. Les molécules qui pénètrent dans l'enceinte pendant Δt , sont celles contenues dans un parallélépipède de base s (la section du trou) et de longueur $v^* \Delta t$.

Le nombre ΔN de molécules qui entrent dans l'enceinte pendant Δt est donc :

$$\Delta N = \begin{array}{c} \text{nombre de molécules par unité de volume} \\ \text{se dirigeant vers le trou} \end{array} \times \text{volume du parallélépipède}$$

soit

$$\Delta N = \frac{n}{6} s v^* \Delta t. \quad (2)$$

On en déduit le nombre de molécules contenues dans l'enceinte à l'instant t :

$$N(t) = N_0 + \Delta N. \quad (3)$$

4° A l'instant t , la pression $P(t)$ à l'intérieur de l'enceinte s'écrit :

$$P(t) = \frac{N(t) k T}{V},$$

En tenant compte des équations (1) et (3), on peut écrire :

$$P(t) = P_0 \frac{N(t)}{N_0} = P_0 \left(1 + \frac{\Delta N}{N_0} \right),$$

ou encore en remplaçant ΔN , tiré de l'équation (2), on obtient :

$$P(t) = P_0 \left(1 + \frac{n s v^* \Delta t}{6N_0} \right).$$

Cette pression devient égale à $100 P_0$ au bout d'un temps Δt tel que :

$$\Delta t = \frac{99 \times 6N_0}{n s v^*}.$$

Application numérique :

$$\Delta t = \frac{99 \times 6 \times 1,22 \cdot 10^{16}}{2,44 \cdot 10^{25} \times 10^{-12} \times 508} = 584 \text{ s}.$$

Exercice 2

1° a) La quantité de chaleur absorbée par le calorimètre, ses accessoires et l'eau qu'il contient initialement est :

$$Q_1 = (m_e c_e + C)(T_{f_1} - T_i).$$

La quantité de chaleur fournie par l'eau ajoutée est :

$$Q_2 = m_1 c_e (T_{f_1} - T_1).$$

Le système étant supposé thermiquement isolé, on a :

$$Q_1 + Q_2 = 0 \Rightarrow (m_e c_e + C)(T_{f_1} - T_i) + m_1 c_e (T_{f_1} - T_1) = 0,$$

ce qui permet d'en déduire C :

$$C = c_e \left[m_1 \frac{T_1 - T_{f_1}}{T_{f_1} - T_i} - m_e \right].$$

Application numérique :

$$C = 4,185 \left[100 \frac{30,5 - 20,7}{20,7 - 16,3} - 200 \right] = 95 \text{ J} \cdot \text{K}^{-1}.$$

c) En négligeant la capacité thermique du thermomètre, la masse du calorimètre et de l'agitateur est alors :

$$m = \frac{C}{c_\ell} = 237,5 \text{ g}.$$

2° La quantité de chaleur absorbée par l'ensemble eau-calorimètre est :

$$Q'_1 = (m_e c_e + C)(T_{f_2} - T_i).$$

La quantité de chaleur cédée par le cylindre de fer est

$$Q'_2 = m_2 c_f (T_{f_2} - T_2).$$

L'équation calorimétrique s'écrit :

$$Q'_1 + Q'_2 = 0 \Rightarrow (m_e c_e + C)(T_{f_2} - T_i) + m_2 c_f (T_{f_2} - T_2) = 0,$$

d'où

$$c_f = \frac{(m_e c_e + C)(T_{f_2} - T_i)}{T_2 - T_{f_2}}.$$

Application numérique :

$$c_f = \frac{(200 \times 4,185 + 95)(30,1 - 16,3)}{100 - 30,1} = 0,46 \text{ J} \cdot \text{g}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}.$$

Exercice 3

1° Les nombres de moles n_1 et n_2 des gaz hydrogène et oxygène sont respectivement

$$n_1 = \frac{P_1 V_1}{R T_1} = 0,870 \text{ mol} \quad \text{et} \quad n_2 = \frac{P_2 V_2}{R T_2} = 0,281 \text{ mol}.$$

2° On peut écrire la relation :

$$n = n_1 + n_2,$$

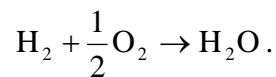
qui devient, en tenant compte de la relation des gaz parfaits :

$$\frac{P V}{R T} = \frac{P_1 V_1}{R T_1} + \frac{P_2 V_2}{R T_2} \Rightarrow P = \frac{T}{V} \left(\frac{P_1 V_1}{T_1} + \frac{P_2 V_2}{T_2} \right).$$

Application numérique :

$$P = \frac{293}{6} \left(\frac{4 \times 5}{280} + \frac{2,5 \times 3}{325} \right) = 4,61 \text{ atm}.$$

3° a) L'étincelle déclenche la combustion de l'hydrogène suivant la réaction



A 20° C, il n'y a que très peu d'eau sous forme gazeuse. Il faut savoir quel est le gaz en excès. D'après 1°, il y a plus de deux fois plus d'hydrogène que d'oxygène ($n_1 = 3,09 n_2$). C'est donc l'hydrogène qui est en excès. Après réaction, il se forme $2 n_2 = 0,562 \text{ mol}$ d'eau presque entièrement liquide et il reste $n' = 0,870 - 0,562 = 0,308 \text{ mol}$ d'hydrogène.

b) On pourrait calculer la nouvelle pression P' du mélange en utilisant directement la relation $P'V = n'RT$, mais il est plus simple de remarquer qu'avant l'étincelle, on avait :

$$P V = n R T \quad \text{avec } n = n_1 + n_2.$$

d'où

$$P' = P \frac{n'}{n_1 + n_2}.$$

Application numérique :

$$P' = 4,61 \frac{0,308}{0,870 + 0,281} = 1,23 \text{ atm}.$$