



Epreuve de Moyenne Durée

Le : 12/09/2019 – Durée 1h 30mn – Document autorisé : série 2

Exercice 1 : (8 pts)

Soient les phrases suivantes :

A : « S'il fait jour et si les chiens aboient alors la caravane passe »

B : « Si les chiens n'aboient pas alors la caravane passe »

C : « S'il fait nuit alors la caravane ne passe pas »

D : « S'il fait jour alors la caravane passe »

1) Formaliser, dans le calcul propositionnel, chacune des phrases précédentes. (4 pts)

Utiliser les variables propositionnelles suivantes :

p : « il fait jour » ; q : « les chiens aboient » ; r : « la caravane passe ».

2) Montrer que $A, B, C \models D$ à l'aide des tables de vérité. (2 pts)

3) Montrer que $A, B, C \models D$ à l'aide du calcul algébrique. (2 pts)

Exercice 2 : (6 pts)

I) Soit la formule propositionnelle $F \equiv ((A \rightarrow B) \rightarrow (B \rightarrow (A \rightarrow C))) \rightarrow ((A \rightarrow B) \rightarrow (A \rightarrow C))$

I-1) Élaborer une déduction pour montrer que la formule F est un théorème. (2 pts)

I-2) Élaborer une démonstration pour montrer que la formule F est un théorème. (2 pts)

II) Soit CPF' l'extension de CPF obtenue en ajoutant la formule :

$$(\neg A \rightarrow \neg B) \rightarrow (A \rightarrow B) \quad (Ax4)$$

comme quatrième axiome.

Montrer que CPF' est inconsistant. (2 pts)

Exercice 3 : (4 pts)

Montrer, à l'aide de la résolution propositionnelle, que la formule $G = q \rightarrow (p \rightarrow (\neg s \vee t))$ est une conséquence logique de la formule $F = (\neg p \wedge (r \rightarrow \neg s)) \vee ((q \rightarrow (r \vee t)) \wedge (s \rightarrow \neg r))$.

Exercice 4 : (2 pts)

Traduire la phrase suivante en formule du calcul des prédicats : « deux entiers naturels x et y sont premiers entre eux si et seulement s'ils n'ont de diviseur commun que l'entier 1 (cas particulier : 1 est premier avec tout entier ; 0 est uniquement premier avec 1) ».

N.B: Les prédicats à utiliser sont uniquement les trois suivants :

$P(x,y)$: x et y premiers entre eux ; $E(x)$: x entier naturel ; $M(u,v)$: u est multiple de v.

Bon courage !