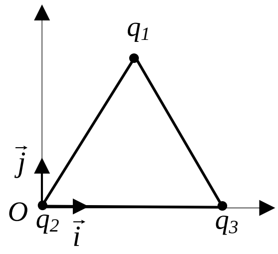
~ Epreuve de moyenne durée ~
Module: Physique 2 (Electricité et Magnétisme)

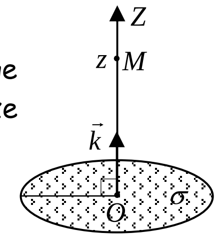
Exercice n°1 *(03 pts)*



On place trois charges électriques $q_1 = +q$, $q_2 = -2q$ et $q_3 = -\frac{3}{2}q$ $(q>0)$ aux sommets d'un triangle équilatéral de coté a (figure ci-contre).

1. Dans la base $(O,\vec{i},\vec{j})$, exprimer puis représenter les forces agissant sur la charge q_2 située au point O.
2. On donne : $q=4\mu C$, $a=1.2m$ et $K=1/(4\pi\varepsilon_0)=9\ 10^9\ N.m^2.C^{-2}$.
   Déterminer le module de la force totale $\vec{F}_2$ s'exerçant sur q_2.

Exercice n°2 *(05 pts)*



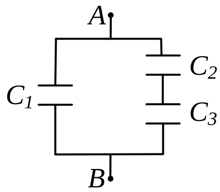
1. Un disque plan circulaire, de rayon R, porte une distribution surfacique de charge avec une densité σ constante et positive (figure ci-contre). Un point M de l'axe de révolution du disque est repéré par sa distance z au centre O du disque.
   a. Calculer le potentiel $V(M)$ créé au point M par le disque chargé.
   b. En déduire le champ électrique $\vec{E}(M)$ créé au point M.
2. Un plan indéfini (P) est percé d'une ouverture circulaire de centre O et de rayon R. Il porte une distribution surfacique de charge avec une densité σ constante et positive. En utilisant les résultats obtenus dans la question **1**, calculer le champ électrique créé en un point M de la droite perpendiculaire au plan (P) en O $(OM=z)$.

Exercice n°3 *(02.5 pts)*

Une sphère conductrice et homogène, de centre O *et de* rayon R, porte une charge électrique totale Q. En appliquant le théorème de Gauss, déterminer le champ électrostatique $\vec{E}$ créé par la sphère en tout point M de l'espace ($OM=r$). Tracer l'évolution du champ électrique $\vec{E}$ en fonction de r.

Exercice n°4 *(05 pts)*

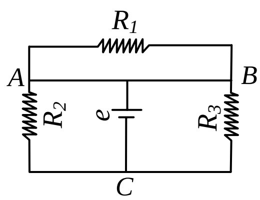
1. On considère deux sphères conductrices, de rayons $R_1=2cm$ et $R_2=3cm$, très éloignées l'une de l'autre. Elles portent les charges électriques $Q_1=10\mu C$ et $Q_2=15\mu C$, respectivement. On relie les deux sphères avec un fil conducteur très fin. Si on néglige la charge portée par le fil,
   a. Calculer les nouvelles charges Q_1' et Q_2' des deux sphères.
   b. Calculer la quantité de charge qui a traversé le fil. Commenter le résultat.
2. Soit le montage ci-contre. Initialement, les condensateurs C_2 et C_3 étaient non chargés et le condensateur C_1 portait la charge Q_0. On prendra $C_1=C_2=C_3=C$.
   A l'équilibre, déterminer la ddp V_A-V_B et les charges Q_1, Q_2 et Q_3 des trois condensateurs en fonction de C et Q_0.



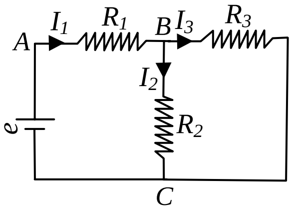
Exercice n°5 *(04.5 pts)*

On considère trois résistances $R_1=30\Omega$, $R_2=120\Omega$ et $R_3=40\Omega$ et un générateur de f.e.m $e=120volts$.

1. On monte les trois résistances et le générateur comme le montre la figure ci-contre. Trouver les courants circulant dans les trois résistances ainsi que celui débité par le générateur.



2. On assemble maintenant les trois résistances et le générateur comme le montre la figure ci-contre. Calculer les courants I_1, I_2 et I_3 qui traversent les résistances R_1, R_2 et R_3.



Bon courage

~ Corrigé de l'Epreuve de moyenne durée ~
Physique 2 : Electricité et Magnétisme

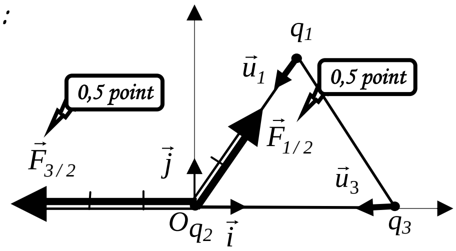
Exercice n°1 *(03 pts)*

1. *Expressions des forces agissant sur la charge* q_2 *située au point* O *:*

$$\vec{F}_{1/2} = K\frac{q_1q_2}{a^2}\vec{u}_1 = -2K\frac{q^2}{a^2}\vec{u}_1$$ 0,5 point

$$\vec{F}_{3/2} = K\frac{q_3q_2}{a^2}\vec{u}_3 = 3K\frac{q^2}{a^2}\vec{u}_3$$ 0,5 point

Avec : $\vec{u}_1 = (-\cos 60\,\vec{i} - \sin 60\,\vec{j}) = (-\frac{1}{2}\vec{i} - \frac{\sqrt{3}}{2}\vec{j})$ et $\vec{u}_3 = -\vec{i}$



Représentation des forces agissant sur la charge q_2

2. *Calcul du module de la force totale* $\vec{F}_2$ *:*

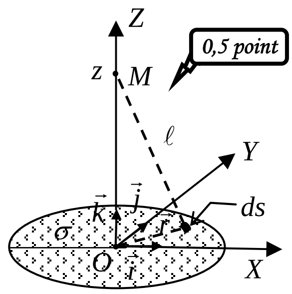
$$\vec{F}_2 = \vec{F}_{1/2} + \vec{F}_{3/2} = -2K\frac{q^2}{a^2}\vec{u}_1 + 3K\frac{q^2}{a^2}\vec{u}_3 = K\frac{q^2}{a^2}\left[-2\vec{i} + \sqrt{3}\vec{j}\right]$$ 0,5 point

A.N : $\boxed{\left\|\vec{F}_2\right\| = 0.2646\ N.}$ 0,5 point

Exercice n°2 *(05 pts)*

1. a. *Calcul du potentiel* $V(M)$ *créé au point* M *par le disque chargé :*

Chaque élément de surface ds (*figure ci-contre*) crée en M le potentiel dV:



$$dV = K\frac{dq}{\ell}$$ 0,5 point

avec : $dq = \sigma\, ds$ et $\ell = \sqrt{r^2 + z^2}$

En coordonnées polaires, dans le plan xOy, ds s'écrit : $ds = r\, dr\, d\theta$

avec $\theta = (\widehat{\vec{i}, \vec{r}})$

$$\rightarrow\ dV = K\frac{\sigma\, r\, dr\, d\theta}{\sqrt{r^2 + z^2}}$$ 0,5 point

$$V(M) = K\sigma \int_{r=0}^{R}\int_{\theta=0}^{2\pi} \frac{r\, dr\, d\theta}{\sqrt{r^2 + z^2}}\ , \rightarrow \boxed{V(M) = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\left(\sqrt{R^2 + z^2} - z\right)}$$ 01 point

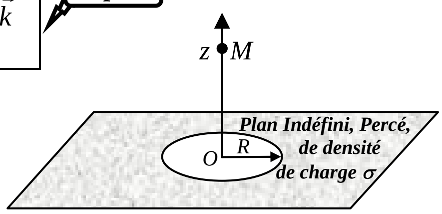
N.B : On peut prendre $ds = 2\pi r\, dr$ (couronne de rayon r et d'épaisseur dr) et on intègre dV de $r = 0$ à R

b. *Calcul du Champ électrique* $\vec{E}(M)$ *:*

Symétrie $\rightarrow$ $\vec{E}(M)$ est porté par l'axe Oz : $\vec{E}(M) = -\frac{\partial V}{\partial z}\vec{k}$

$$\rightarrow \boxed{\vec{E}(M) = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\left(1 - \frac{z}{\sqrt{R^2 + z^2}}\right)\vec{k}}$$ 01 point

2. *Calcul du champ créé au point* M *de l'axe* Oz *:*



D'après le principe de superposition :

$$\vec{E}_{Plan\ Indéfini} = \vec{E}_{Plan\ Percé} + \vec{E}_{Disque}$$

On a: $$\begin{cases} \vec{E}_{Plan\ Indéfini} = \dfrac{\sigma}{2\varepsilon_0}\vec{k} \\ \vec{E}_{Disque} = \dfrac{\sigma}{2\varepsilon_0}\left(1 - \dfrac{z}{\sqrt{R^2 + z^2}}\right)\vec{k} \end{cases}$$ 0,5 point

D'où : $$\boxed{\vec{E}_{Plan\ Percé} = \vec{E}_{Plan\ Indéfini} - \vec{E}_{Disque} = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\frac{z}{\sqrt{R^2 + z^2}}\vec{k}}$$ 01 point

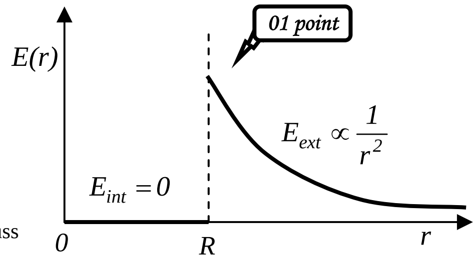
Exercice n°3 *(02.5 pts)*

Calcul du champ électrique créé par la sphère en tout point M de l'espace ($OM=r$) :

Comme la sphère est conductrice, la charge Q est répartie en surface.

Théorème de Gauss : $\Phi = \oint\!\!\oint_S \vec{E}\, d\vec{S} = \dfrac{\sum Q_{\text{int}\, S.Gaus}}{\varepsilon_0}$ 0,5 point

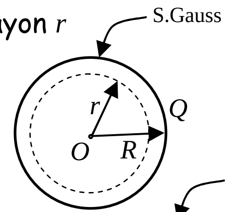
Symétrie sphérique → surface fermée de Gauss ≡ sphère de rayon r. On distingue deux cas :



Evolution du champ électrique E en fonction de r

<u>$r<R$</u> (intérieur de la sphère) :

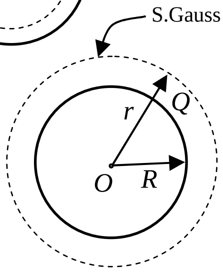
Surface de Gauss considérée : sphère de rayon r



$$\left.\begin{array}{l}\Phi = E_{\text{int}}.S = E_{\text{int}}.4\pi r^2 \\ \sum Q_{\text{int}\, S.Gauss} = O\end{array}\right\} \Rightarrow \boxed{E_{int} = O}$$ 0,5 point

<u>$r>R$</u> (extérieur de la sphère) :

Surface de Gauss considérée : sphère de rayon r



$$\left.\begin{array}{l}\Phi = E_{ext}.S = E_{ext}.4\pi r^2 \\ \sum Q_{\text{int}\, S.Gauss} = Q\end{array}\right\} \Rightarrow \boxed{E_{ext} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q}{r^2}}$$ 0,5 point

Exercice n°4 *(05 pts)*

1. a. *Calcul des nouvelles charges Q_1' et Q_2' des deux sphères :*

Potentiels des deux sphères après la connexion : $V_1' = K\dfrac{Q_1'}{R_1}$, $V_2' = K\dfrac{Q_2'}{R_2}$

A l'équilibre, $V_1' = V_2' \rightarrow \dfrac{Q_1'}{R_1} = \dfrac{Q_2'}{R_2}$ ....(Eq.1) 0,5 point

Conservation de la charge : $Q_1+Q_2=Q_1'+Q_2'$.........(Eq.2) 0,5 point

De (1) et (2), on trouve : $Q_1' = \dfrac{R_1}{R_1+R_2}(Q_1+Q_2)$ <u>A.N</u> : $\boxed{Q_1'=10\mu C}$ 0,5 point

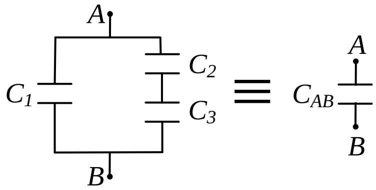
$Q_2' = \dfrac{R_2}{R_1+R_2}(Q_1+Q_2)$ <u>A.N</u> : $\boxed{Q_2'=15\mu C}$ 0,5 point

b. *Calcul de la quantité de charge qui a traversé le fil :*

On a $Q_1' = Q_1$ et $Q_2' = Q_2$. Ceci implique qu'il n'y a pas eu de transfert de charge. 0,5 point

Avant la connexion des deux sphères, elles étaient au même potentiel. Après leur connexion, l'équilibre (potentiel=constante) s'établit donc sans transfert de charge. 0,5 point

2. *Détermination de la ddp V_A-V_B et des charges Q_1, Q_2 et Q_3 des trois condensateurs en fonction de C et Q_0 :*



On a : $V_A - V_B = \dfrac{Q_{AB}}{C_{AB}}$

avec : $Q_{AB} = Q_0$ (Conservation de la charge, seul C_1 était initialement chargé)

$C_{AB} = C_1 + \dfrac{C_2\, C_3}{C_2+C_3} = \dfrac{3}{2}C$ (Condensateur équivalent entre A et B)

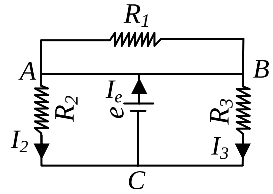
D'où : $\boxed{V_A - V_B = \dfrac{Q_0}{C_{AB}} = \dfrac{2}{3}\dfrac{Q_0}{C}}$ 0,5 point

$\boxed{Q_1 = C_1(V_A - V_B) = \dfrac{2}{3}Q_0}$ 0,5 point

$\boxed{Q_2 = Q_3 = Q_{Céqui23} = \dfrac{C_2\, C_3}{C_2+C_3}(V_A - V_B) = \dfrac{1}{3}Q_0}$ 01 point

Exercice n°5 *(04.5 pts)*

1. *Calcul des courants circulant dans les trois résistances et celui débité par le générateur :*



Courant traversant R_1 : $\boxed{I_1 = \frac{V_A - V_B}{R_1} = 0A}$ 0,5 point $(V_A = V_B)$

Courant traversant R_2 : $\boxed{I_2 = \frac{V_A - V_C}{R_2} = \frac{e}{R_2} = 1A}$ 0,5 point

Courant traversant R_3 : $\boxed{I_3 = \frac{V_B - V_C}{R_3} = \frac{e}{R_3} = 3A}$ 0,5 point

Courant débité par le générateur :

Au nœud C, on a : $\boxed{I_e = I_2 + I_3 = 4A}$ 0,5 point

2. *Calcul des courants* I_1, I_2 *et* I_3 *:*

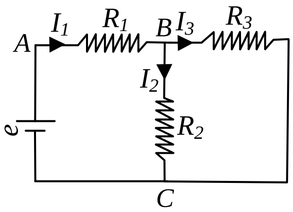


Schéma 1

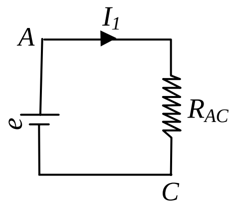


Schéma 2

Le circuit peut être simplifié comme l'indique la figure ci-contre *(Schéma 1→Schéma 2)* :

On a : $R_{AC} = R_1 + \frac{R_2 R_3}{R_2 + R_3} = 60\Omega$

$e = R_{AC}\ I_1 \ \rightarrow\ I_1 = \frac{e}{R_{AC}}$ 0,5 point

<u>A.N</u>: $\boxed{I_1 = 2\ A}$ 0,5 point

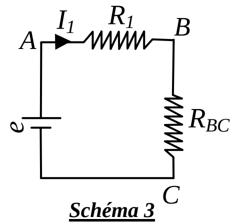


Schéma 3

On remplace R_2 et R_3 par la résistance équivalente et on obtient le *Schéma 3*:

Avec : $R_{BC} = \frac{R_2 R_3}{R_2 + R_3} = 30\Omega$

D'où : $V_B - V_C = R_{BC}\ I_1 = 60\ volts$ 0,5 point

Du *Schéma 1*, on a : $V_B - V_C = R_2\ I_2 \rightarrow\ I_2 = \frac{V_B - V_C}{R_2}$

<u>A.N</u> : $\boxed{I_2 = 0.5\ A}$ 0,5 point

Loi des nœuds en B : $I_1 = I_2 + I_3 \rightarrow I_3 = I_1 - I_2$ <u>A. N</u> : $\boxed{I_3 = 1.5\ A}$ 0,5 point