

## Examen final de Physique 2 (Electricité et Magnétisme)

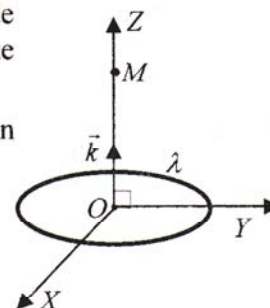
### Exercice n°1 (06 pts)

- I. Deux charges électriques ponctuelles  $q$  et  $q'=-q$  ( $q>0$ ) sont placées respectivement aux points  $O$  et  $A$  d'un axe  $x'Ox$  ( $OA=d$ ). Exprimer puis représenter les champs électriques créés par les charges  $q$  et  $q'$  au milieu  $M$  de la droite  $OA$ . Calculer le potentiel  $V(M)$  au point  $M$ .
- II. Deux charges électriques ponctuelles  $q_1$  et  $q_2$  sont placées respectivement aux points  $O$  et  $A$  d'un axe  $x'Ox$  ( $OA=d$ ). Sachant que le champ électrique est nul en un point  $B$  entre  $O$  et  $A$ , tel que  $OB=d/3$  :
  1. a). Que peut-on dire des signes de  $q_1$  et  $q_2$ ? Justifier votre réponse. b). Exprimer  $q_2$  en fonction de  $q_1$ .
  2. On donne :  $q_1=+2\mu C$ ,  $d=1.2m$  et  $K=1/(4\pi\epsilon_0)=9 \cdot 10^9 N.m^2.C^{-2}$ 
    - a) Calculer le potentiel  $V(B)$  au point  $B$ .
    - b) On place au point  $B$  une troisième charge  $q_3=+1\mu C$ . Calculer son énergie potentielle.
    - c) Au point  $B$ , la charge  $q_3$  est en équilibre. Sans faire de calculs, représenter qualitativement les forces agissant sur  $q_3$  si on la déplace légèrement à droite puis à gauche (sur la droite  $OA$ ). La charge  $q_3$  est-elle en équilibre stable (a-t-elle tendance à revenir à sa position d'équilibre ?) ou instable (a-t-elle tendance à s'éloigner de sa position d'équilibre ?).

### Exercice n°2 (07 pts)

Dans le plan  $XOY$ , on considère un fil circulaire de rayon  $R$ , de centre  $O$  et d'axe de symétrie de révolution  $OZ$  (figure ci-contre). Ce fil porte une charge électrique positive  $Q$  répartie uniformément avec une densité linéique de charge  $\lambda$ .

1. a). Exprimer et représenter le champ électrique élémentaire  $d\vec{E}(M)$  créé par un élément de longueur  $dl$  du fil au point  $M$  ( $OM=z$ ).  
b). Calculer le champ total  $\vec{E}(M)$  créé par le fil en fonction de  $Q$ ,  $R$ ,  $\epsilon_0$  et  $z$ .  
c). En déduire le champ électrique  $\vec{E}_0(M)$  lorsque  $z$  devient très grand devant le rayon  $R$  du fil ( $z \gg R$ ). Interpréter le résultat.
2. On place au point  $M$  un dipôle électrique de moment  $\vec{p} = p \vec{k}$ . Déterminer l'énergie potentielle du dipôle dans le champ  $\vec{E}(M)$  créé par le fil. En déduire la force  $\vec{f}$  subie par le dipôle.



### Exercice n°3 (04 pts)

On considère une distribution de charge constituée par la réunion d'un fil infini  $z'z$ , chargé avec une densité linéique de charge  $\lambda$  constante et positive, et d'un cylindre infini de rayon  $R$  d'axe  $z'z$ . Le cylindre est chargé avec la densité surfacique  $\sigma$  constante et positive. En appliquant le théorème de Gauss :

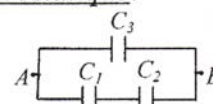
1. Déterminer le champ électrostatique créé en un point  $M$  intérieur au cylindre.
2. Déterminer le champ électrostatique créé en un point  $M$  extérieur au cylindre.

**Questions de Cours (03 pts) : Répondre à une seule question parmi les trois ci-dessous**

**Question 1.** a). Donner la définition d'une ligne de champ et celle d'une surface équipotentielle.  
b). Citer deux propriétés qui relient les lignes de champ aux surfaces équipotentielles. Faire un schéma explicatif en représentant un vecteur champ électrique, une ligne de champ et une surface équipotentielle.

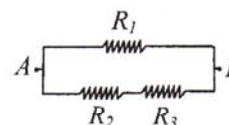
**Question 2.** a). Donner les quatre propriétés principales d'un conducteur en équilibre électrostatique.

b). Soit l'association des condensateurs ci-contre. Déterminer la capacité  $C_3$  en fonction de  $C_1$  et  $C_2$  pour que la capacité équivalente entre les bornes  $A$  et  $B$  soit égale à  $C_1+C_2$ .



**Question 3.** a). Un fil de cuivre de diamètre  $1.2mm$  transporte une charge électrique de  $18000C$  en une heure. Calculer la densité de courant. Sachant que le cuivre contient  $n=2.3 \cdot 10^{29}$  électrons libres par  $m^3$ , calculer le module de la vitesse  $v_d$  des électrons libres dans ce conducteur. On donne : charge de l'électron  $=-1.6 \cdot 10^{-19}C$ .

b). Soit l'association des résistances ci-contre. Déterminer la résistance  $R_3$  en fonction de  $R_1$  et  $R_2$  pour que la résistance équivalente entre les bornes  $A$  et  $B$  soit égale à  $R_1/2$ .



Bon courage

**~ Corrigé de l'Examen final ~**  
**Physique 2 : Electricité et Magnétisme**

**Exercice n°1** (06 pts)

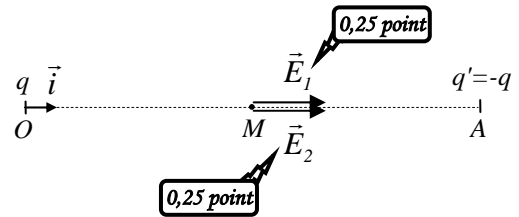
I. Champs électriques créés par les charges  $q$  et  $q'$  au point  $M$  (milieu de la droite  $OA$ ).

$$\vec{E}_1(M) = K \frac{q}{(d/2)^2} \vec{i} \quad \text{0,5 point}$$

$$\vec{E}_2(M) = K \frac{q'}{(d/2)^2} (-\vec{i}) = K \frac{q}{(d/2)^2} \vec{i} = \vec{E}_1 \quad \text{0,5 point}$$

Potentiel  $V(M)$  au point  $M$

$$V(M) = K \frac{q}{d/2} + K \frac{q'}{d/2} = 0 \quad \text{0,5 point}$$



Représentation des champs électriques créés par les charges  $q$  et  $q'$  au point  $M$ .

II. 1. a). Signes des charges  $q_1$  et  $q_2$

Pour que le champ total s'annule en un point entre les deux charges, les deux champs créés par les deux charges doivent être égaux et opposés, c'est-à-dire les charges  $q_1$  et  $q_2$  doivent être de même signe.

b). Relation entre  $q_1$  et  $q_2$

$$\vec{E}(B) = \vec{0} \Rightarrow K \frac{q_1}{OB^2} \vec{i} + K \frac{q_2}{AB^2} (-\vec{i}) = \vec{0} \rightarrow K \frac{q_1}{OB^2} = K \frac{q_2}{AB^2} \quad \text{0,5 point}$$

$$\rightarrow \frac{q_1}{\left(\frac{d}{3}\right)^2} = \frac{q_2}{\left(\frac{2d}{3}\right)^2} \rightarrow q_2 = 4q_1 \quad \text{0,5 point}$$

2. a). Potentiel  $V(B)$  au point  $B$ .

$$V(B) = K \frac{q_1}{OB} + K \frac{q_2}{AB} = K \frac{q_1}{\left(\frac{d}{3}\right)} + K \frac{q_2}{\left(\frac{2d}{3}\right)} \rightarrow V(B) = K \frac{9q_1}{d} \quad \text{0,5 point}$$

$$\text{A.N. : } V(B) = 135 \cdot 10^3 \text{ volts} \quad \text{0,5 point}$$

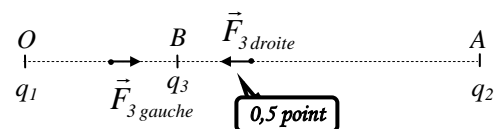
b). Energie potentielle de  $q_3$

$$\text{on a : } E_p = q_3 V(B). \quad \text{A.N. : } E_p = 0.135 \text{ J} \quad \text{0,5 point}$$

c). Nature de l'équilibre de  $q_3$

D'après le sens de  $\vec{F}_3$  (schéma ci-contre), la charge  $q_3$  a tendance à revenir à sa position d'équilibre si on la déplace légèrement de part et d'autre de  $B$  sur la droite  $OA$ .

→ Donc, la charge  $q_3$  est en équilibre stable. 0,5 point



Représentation des forces agissant sur  $q_3$  si on la déplace légèrement à droite puis à gauche sur la droite  $OA$ .

**Exercice n°2** (07 pts)

1. a). Champ  $d\vec{E}(M)$  créé au point  $M$  par un élément de charge du fil

Chaque élément de charge  $dq$  (figure ci-contre) crée en  $M$  le champ :

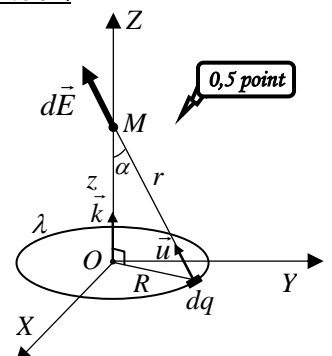
$$d\vec{E}(M) = K \frac{dq}{r^2} \vec{u} \quad \text{0,5 point}$$

avec :  $dq = \lambda dl$  et  $r = \sqrt{z^2 + R^2}$  ; ( $z = OM$ )

$$\rightarrow d\vec{E}(M) = K \frac{\lambda dl}{z^2 + R^2} \vec{u}$$

b). Calcul du champ  $\vec{E}(M)$  créé par le fil chargé au point  $M$  en fonction de  $Q, R, \epsilon_0$  et  $z$ .

Symétrie →  $\vec{E}(M)$  est porté par l'axe  $OZ$  0,5 point



Donc :  $\vec{E}(M) = \int d\vec{E}_z(M) = \int dE(M) \cos \alpha \vec{k}$  0,5 point

avec :  $\cos \alpha = \frac{z}{r} = \frac{z}{\sqrt{z^2 + R^2}}$

$\vec{E}(M)$  s'écrit alors :  $\vec{E}(M) = \int K \frac{\lambda dl}{z^2 + R^2} \frac{z}{\sqrt{z^2 + R^2}} \vec{k} = K \frac{z}{(z^2 + R^2)^{3/2}} \lambda \int dl \vec{k}$

avec :  $\int dl = l_{\text{fil}} = 2\pi R = \text{longueur du fil}$  et  $\lambda l_{\text{fil}} = Q$ .

D'où :  $\vec{E}(M) = K \frac{Q z}{(z^2 + R^2)^{3/2}} \vec{k} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q z}{(z^2 + R^2)^{3/2}} \vec{k}$  01,5 point

c).  $\vec{E}_0(M)$  quand  $z$  devient très grand devant le rayon  $R$  du fil

on a :  $z \gg R \rightarrow z^2 + R^2 \approx z^2$

$\vec{E}(M)$  devient :  $\vec{E}_0(M) \approx K \frac{Q}{z^2} \vec{k}$  01 point

→ Quand  $z$  devient très grand devant  $R$ , le fil serait vu comme une charge ponctuelle  $Q$  placée au point  $O$ . 0,5 point

3. Energie potentielle du dipôle dans le champ  $\vec{E}(M)$

on a :  $E_p = -\vec{p} \cdot \vec{E}$  0,5 point  $\rightarrow E_p = -p \cdot K \frac{Q z}{(z^2 + R^2)^{3/2}}$  0,5 point

Force  $\vec{f}$  subie par le dipôle :

on a :  $\vec{f} = -\text{grad} E_p = -\frac{dE_p}{dz} \vec{k}$  0,5 point  $\rightarrow \vec{f} = p \cdot K \cdot Q \cdot \frac{R^2 - 2z^2}{(z^2 + R^2)^{5/2}} \vec{k}$  0,5 point

### Exercice n°3 (04 pts)

Calcul du champ électrique créé en tout point  $M$  de l'espace :

Théorème de Gauss :  $\Phi = \oiint_S \vec{E} \cdot d\vec{S} = \frac{\sum Q_{\text{int } S \text{ Gauss}}}{\epsilon_0}$  0,5 point

Symétrie : le champ électrique créé par le fil infini est radial  $\perp zz'$ , il ne dépend que de  $r$  (distance *fil-point*  $M$ ).

le champ électrique créé par le cylindre infini est radial  $\perp zz'$ , il ne dépend que de  $r$ .

→ Surface fermée de Gauss  $\equiv$  cylindre de rayon  $r$  et de hauteur  $h$ , passant par  $M$ . 0,5 point

1.  $r < R$  (intérieur du cylindre de rayon  $R$ ) :

Surface de Gauss considérée : cylindre de rayon  $r$  ( $r = OM$ )

Flux du champ électrique :  $\Phi = \Phi_{\text{Surface latérale}} = E_{\text{int}}(r) \cdot S_\ell = E_{\text{int}}(r) \cdot 2\pi r h$  0,5 point

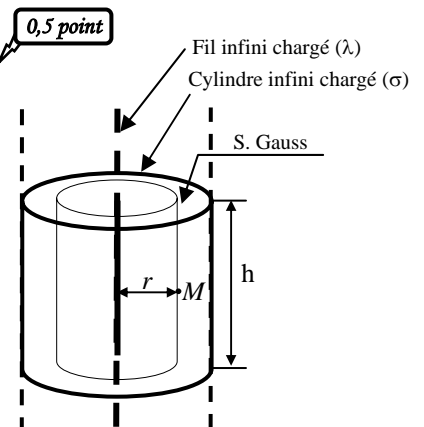
$\Phi_{\text{Bases}} = 0$

Charge intérieure à la surface de Gauss :

$\sum Q_{\text{int } S \text{ Gauss}} = \text{Charge du fil de longueur } h = \lambda h$  0,5 point

Théorème de Gauss :  $\Phi = \oiint_S \vec{E} \cdot d\vec{S} = \frac{\sum Q_{\text{int } S \text{ Gauss}}}{\epsilon_0}$

$\rightarrow \Phi = E_{\text{int}}(r) \cdot 2\pi r h = \frac{\lambda h}{\epsilon_0} \rightarrow E_{\text{int}}(r) = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0 r}$  0,5 point



2.  $r > R$  (Extérieur du cylindre de rayon  $R$ ) :

Surface de Gauss considérée : cylindre de rayon  $r$

Flux du champ électrique :  $\Phi = \Phi_{\text{Surface latérale}} = E_{\text{ext}}(r) \cdot S_\ell = E_{\text{ext}}(r) \cdot 2\pi r h$

Charge intérieure à la surface de Gauss :

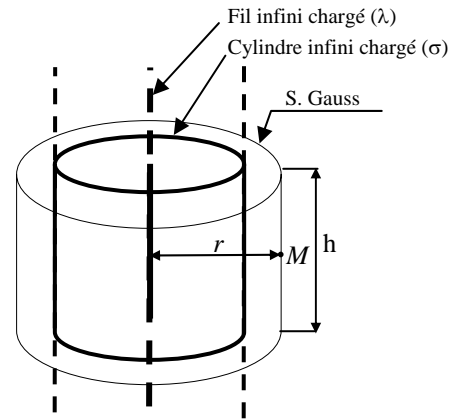
$$\sum Q_{int S.Gauss} = (\text{Charge du fil}) + (\text{Charge du cylindre})$$

$$\sum Q_{int S.Gauss} = \lambda h + \sigma S_\ell = \lambda h + \sigma 2\pi R h$$

Théorème de Gauss :  $\Phi = \oint_S \vec{E} \cdot d\vec{S} = \frac{\sum Q_{int S.Gauss}}{\epsilon_0}$

$$\rightarrow \Phi = E_{ext}(r) \cdot 2\pi r h = \frac{\lambda h + \sigma 2\pi R h}{\epsilon_0}$$

$$\rightarrow E_{ext}(r) = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0 r} + \frac{\sigma R}{\epsilon_0 r}$$



**Questions de Cours** (03 pts) Choix d'une question parmi les trois ci-dessous

1. Définitions et propriétés d'une ligne de champs et d'une surface équipotentielle.

Ligne de champ : 0.5 point

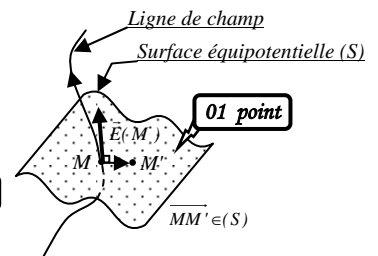
C'est une ligne de l'espace telle qu'en tout point M de cette ligne, la tangente et le champ électrique  $\vec{E}$  en ce point sont parallèles. Cette ligne est orientée dans le sens du champ.

Surface équipotentielle : 0.5 point

On appelle surface équipotentielle une surface (S) de l'espace sur laquelle le potentiel électrostatique V est constant.  $V(M) = V_0$  pour tout point  $M \in (S)$ .

Deux propriétés qui relient les lignes de champ aux surfaces équipotentielles :

- En tout point M d'un domaine où existe un champ électrostatique, la ligne de champ et la surface équipotentielle passant par ce point sont perpendiculaires. 0.5 point
- Les surfaces équipotentielles se resserrent dans les régions où le champ électrique est le plus intense. 0.5 point



! : ..... l'étudiant peut donner d'autres propriétés liant les lignes de champ aux surf. équ<sup>lles</sup>.

2. a. Propriétés principales d'un conducteur en équilibre électrostatique

- Le champ électrique est nul à l'intérieur d'un conducteur en équilibre électrostatique.
- Le potentiel électrostatique est constant sur l'ensemble du conducteur.
- Les charges électriques sont localisées en surface (la densité de charge volumique est nulle).
- Le champ électrique externe au voisinage immédiat du conducteur est normal à la surface.

02 points  
(4x0,5 point)

! : ..... l'étudiant peut formuler et/ou donner d'autres propriétés.

b. Calcul de la capacité  $C_3$  pour que la capacité équivalente entre les bornes A et B soit égale à  $C_1 + C_2$ .

$$C_{eqAB} = \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2} + C_3 = C_1 + C_2 \rightarrow C_3 = C_1 + C_2 - \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2} = \frac{C_1^2 + C_2^2 + C_1 C_2}{C_1 + C_2}$$

3. a. Densité de courant j et vitesse  $v_d$  des électrons libres dans ce conducteur

On a :  $I = \frac{dQ}{dt} = \frac{Q}{t}$

A.N :  $I = \frac{18000}{3600} = 5 A$  0.5 point

$$j = \frac{dI}{dS} = \frac{I}{S} = \frac{I}{\pi (d/2)^2}$$

A.N :  $j = 4.42 \cdot 10^6 A/m^2$  0.5 point

On a :  $j = n e v_d \rightarrow v_d = \frac{j}{ne}$  0.5 point

A.N :  $v_d = 1.2 \cdot 10^{-4} m/s$  0.5 point

b. Calcul de la Résistance  $R_3$  pour que la résistance équivalente entre les bornes A et B soit égale à  $\frac{R_1}{2}$ .

$$R_{eqAB} = \frac{(R_2 + R_3)R_1}{R_1 + R_2 + R_3} = \frac{R_1}{2} \rightarrow R_3 = R_1 - R_2$$

End