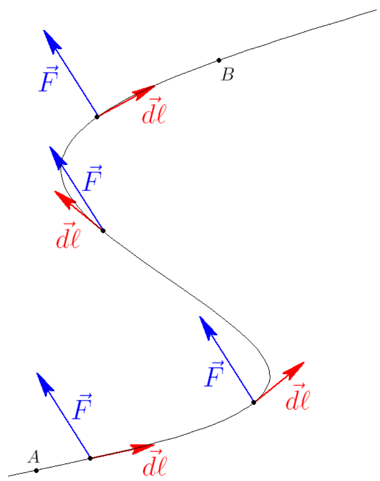
Chapitre 6

Travail et Énergie

6.1 Travail d'une force

6.1.1 Définition

Considérons un point matériel M repéré dans un référentiel donné $\Re$ par le vecteur position $\vec{OM}$ et soumis à une force $\vec{F}$. Pendant un temps infinitésimal dt, le point M se déplace selon le vecteur $\vec{d\ell}$. Par définition, le travail élémentaire dW de la force $\vec{F}$ sur le point matériel pendant le temps dt est donné par :



$$\boxed{dW = \vec{F}.\vec{d\ell}}$$

Par ailleurs, comme $\vec{d\ell} = \vec{v}.dt$ (où $\vec{v}$ est le vecteur vitesse), on a aussi : $dW = \vec{F}.\vec{v}.dt$. Pour obtenir le travail d'une force sur un trajet fini $\widehat{AB}$, il suffit d'intégrer l'expression ci-dessus par rapport à au déplacement élémentaire $d\ell = ||\vec{d\ell}||$, ou par rapport au temps dt.

$$\boxed{W_{\widehat{AB}} = \int_A^B \vec{F}.\vec{d\ell} = \int_A^B ||\vec{F}||.\cos\left(\vec{F},\vec{d\ell}\right).d\ell}$$ ou $$\boxed{W_{\widehat{AB}} = \int_{t_A}^{t_B} \vec{F}.\vec{v}.dt = \int_{t_A}^{t_B} ||\vec{F}||.||\vec{v}||.\cos\left(\vec{F},\vec{v}\right).dt}$$

L'unité d'un travail est le Joule (J). Sa dimension est $[M].[L]^2.[T]^{-2}$. On note que la quantité $\frac{dW}{dt} = \vec{F}.\vec{v}$ est homogène à une puissance.

6.1.2 Signification physique

Le travail d'une force correspond au produit scalaire de cette dernière par le vecteur "déplacement" du système considéré. Ainsi, tout se passe comme si **seule** la composante de la force **parallèle** à la trajectoire ou à la vitesse du système était prise en compte dans le calcul du travail. Reprenons l'expression de la relation fondamentale de la dynamique pour un objet soumis à plusieurs forces $\vec{F^i}$, et développons-là selon les vecteurs de base du repère cartésien :

$$\begin{aligned}\sum_i \vec{F^i} &= m.\vec{a}\\ \sum_i F_x^i.\vec{e_x} + \sum_j F_y^j.\vec{e_y} + \sum_k F_z^k.\vec{e_z} &= m.\left(a_x.\vec{e_x} + a_y.\vec{e_y} + a_z.\vec{e_z}\right)\end{aligned}$$

Nous faisons l'hypothèse que l'objet est contraint de se déplacer uniquement selon l'axe [Ox). Consécutivement, $a_y = a_z = 0$ et la relation vectorielle ci-dessus n'est satisfaite que si $\sum_j F_y^j = \sum_k F_z^k = 0$... Il devient évident que **seules** les composantes selon l'axe [Ox) des forces considérées sont susceptibles de modifier le module de vitesse de l'objet ($a_x \neq 0$). Cette idée est est reprise dans la notion de travail :

- Si le travail d'une force sur un point matériel est positif, la norme de sa vitesse sera augmentée.
- Si le travail d'une force sur un point matériel est négatif, la norme de sa vitesse sera réduite.
- Si le travail d'une force sur un point matériel est nul, la norme de sa vitesse reste constante.

ATTENTION : nous parlons ici de la norme de la vitesse... et non pas du vecteur vitesse !

Lorsqu'une force est toujours perpendiculaire au déplacement d'un point matériel, cette dernière ne travaille pas $\left(W = 0 \text{ car } \cos\left(\vec{F}, \vec{d\ell}\right) = 0\right)$ et ainsi le module du point matériel soumis à ce type de force reste constant. Cependant, puisqu'une force est appliquée perpendiculairement à la trajectoire du mobile, il en résulte que l'objet est tout de même soumis à une accélération normale à son déplacement... Mais cette accélération **modifie uniquement la trajectoire** de l'objet, **la norme de sa vitesse ne change pas !**

Nous connaissons déjà deux exemples de force dont le travail est toujours nul : la force de réaction normale[1] $\vec{N}$ et la composante "magnétique" de la force de Lorentz $\vec{F} = q\left(\vec{v} \wedge \vec{B}\right)$. Ces forces ont pour seul effet de "courber" les trajectoires, sans changer la norme de la vitesse.

Au contraire, les forces de frottement sont toujours dirigées selon la direction opposée du vecteur vitesse : leur travail est donc toujours négatif et leur action consiste, évidement, à ralentir les objets !

6.2 Théorème de l'énergie cinétique

Pour établir l'énoncé du théorème de l'énergie cinétique, nous utilisons l'expression $dW = \vec{F}.\vec{v}.dt$... et nous choisissons d'exprimer la force $\vec{F}$ dans la base de Frenet : $\vec{F} = F_T.\vec{e_T} + F_N.\vec{e_N} = m.a_T.\vec{e_T} + m.a_N.\vec{e_N} = m\frac{d||\vec{v}||}{dt}.\vec{e_T} + m.\frac{||\vec{v}||^2}{R}.\vec{e_N}$. Par ailleurs, nous nous rappelons que, dans la base de Frenet, $\vec{v} = ||\vec{v}||.\vec{e_T}$.

$$\begin{aligned}
dW &= \vec{F}.\vec{v}.dt \\
\int dW &= \int \vec{F}.\vec{v}.dt \\
\int dW &= \int \left(m\frac{d||\vec{v}||}{dt}.\vec{e_T} + m.\frac{||\vec{v}||^2}{R}.\vec{e_N}\right).||\vec{v}||.\vec{e_T}.dt \\
\int dW &= \int m.\frac{d||\vec{v}||}{dt}.||\vec{v}||.dt \\
\int dW &= \int m.||\vec{v}||.d||\vec{v}|| \\
W &= \frac{1}{2}m.||\vec{v}||^2 + C^{te} = \frac{\vec{p}^2}{2m} + C^{te}
\end{aligned}$$

On appelle, par définition, **énergie cinétique** du point matériel la quantité $E_c = \frac{1}{2}m.v^2$. L'énergie cinétique n'est définie qu'à une constante près et ne possède aucun sens physique : seule les variations d'énergie cinétique sont susceptibles de caractériser le changement d'état cinétique d'un point matériel. En intégrant avec des bornes d'intégration t_A et t_B correspondant aux temps pour lesquels le point était en A et B respectivement, on obtient :

$$\boxed{W_{\widehat{AB}} = E_c^B - E_c^A = \frac{1}{2}.m.\left(v_B^2 - v_A^2\right)}$$

Le travail d'une force qui s'exerce sur un point matériel entre deux instants est égal à la variation de l'énergie cinétique du point entre ces deux mêmes instants.

Le théorème de l'énergie cinétique reste encore valable dans un référentiel non-galiléen, à condition de tenir compte du travail de la force d'entrainement (le travail de la force de Coriolis est nul, puisque cette force est toujours perpendiculaire au mouvement relatif).

6.3 Énergie potentielle et forces conservatives

6.3.1 Un nouvel outil mathématique : le gradient

Le gradient est un opérateur mathématique **vectoriel**, noté $\vec{grad}$ ou $\vec{\nabla}$, définit de la manière suivante :

$$\boxed{\begin{aligned}
\vec{grad} &= \frac{\partial}{\partial x}.\vec{e_x} + \frac{\partial}{\partial y}.\vec{e_y} + \frac{\partial}{\partial z}.\vec{e_z} \quad \text{(en coordonnées cartésiennes)} \\
\vec{grad} &= \frac{\partial}{\partial \rho}.\vec{e_\rho} + \frac{1}{\rho}\frac{\partial}{\partial \theta}.\vec{e_\theta} + \frac{\partial}{\partial z}.\vec{e_z} \quad \text{(en coordonnées cylindriques)} \\
\vec{grad} &= \frac{\partial}{\partial r}.\vec{e_r} + \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial \theta}.\vec{e_\theta} + \frac{1}{r.\sin\theta}\frac{\partial}{\partial \phi}.\vec{e_\phi} \quad \text{(en coordonnées sphériques)}
\end{aligned}}$$

1. ATTENTION, cette affirmation n'est vraie que dans le cas de la mécanique du point. Elle cesse d'être valable, dans certains cas, lorsque l'on considère des solides déformables et en particulier lorsque l'on s'intéresse à la notion de choc !

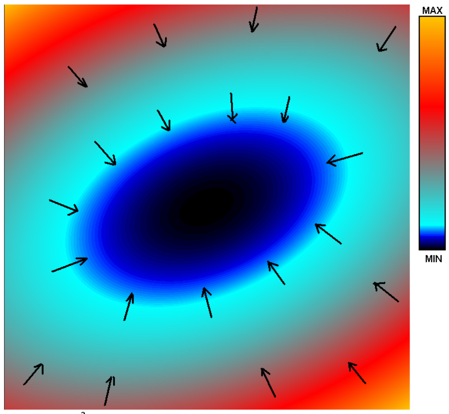
Il accepte en argument une fonction **scalaire** des coordonnées $\{x,y,z\}$ ou $\{\rho,\theta,z\}$ ou $\{r,\theta,\phi\}$.

Quelques exemples :

$$\begin{aligned}
\text{Soit } \ f(x,y,z) &= x^2+\sin(5.y)-3.z \ \text{, on a : } \ \vec{grad}\,[f(x,y,z)] = 2.x.\vec{e_x}+5.\cos(5.y).\vec{e_y}-3.\vec{e_z} \\
\text{Soit } \ f(\rho,\theta,z) &= 6.\rho^2+\cos(\theta)-e^z \ \text{, on a : } \ \vec{grad}\,[f(\rho,\theta,z)] = 12.\rho.\vec{e_\rho}-\frac{\sin(\theta)}{\rho}.\vec{e_\theta}-e^z.\vec{e_z} \\
\text{Soit } \ f(r,\theta,\phi) &= \ln(r)-5.\theta\times\phi \ \text{, on a : } \ \vec{grad}\,[f(r,\theta,\phi)] = \frac{1}{r}.\vec{e_r}-\frac{5.\phi}{r}.\vec{e_\theta}-\frac{5\theta}{r.\sin\theta}.\vec{e_\phi}
\end{aligned}$$

Une autre définition du gradient consiste à utiliser la relation :

$$\boxed{df = \vec{grad}\,(f)\,.\vec{d\ell}}$$



Fonction f(x,y)=x²+2 y.(y - 1/2.x) représentée à l'aide d'une "carte de couleur". Le vecteur gradient a été représenté en quelques points (x,y)

Notez que l'expression du vecteur "déplacement élémentaire" $\vec{d\ell}$ change en fonction du repère dans lequel il est exprimé, ce qui explique l'origine des trois formes différentes du vecteur gradient selon le repère. Intuitivement, le gradient correspond à "une dérivée à plusieurs dimensions". En effet, la composante selon l'axe [Ox) du vecteur gradient correspond à la dérivée partielle de la fonction $f(x,y,z)$ selon la coordonnée x ; la composante selon l'axe [Oy) du vecteur gradient correspond à la dérivée partielle de la fonction $f(x,y,z)$ selon la coordonnée y et la composante selon l'axe [Oz) du vecteur gradient correspond à la dérivée partielle de la fonction $f(x,y,z)$ selon la coordonnée z.

6.3.2 Potentiel et énergie potentielle

Un potentiel est une fonction scalaire U des différentes coordonnées de l'espace à partir de laquelle il est possible d'en déduire un champ de force $\vec{F}$ par la relation $\vec{F}=-\vec{grad}(U)$. Réciproquement, une force $\vec{F}$ dérive d'un **potentiel** lorsqu'il existe une fonction U telle que $\vec{F}=-\vec{grad}(U)$.

ATTENTION, toutes les forces ne dérivent pas forcément d'un potentiel ! Pour cela, il faut que la forme différentielle de $\vec{F}.\vec{d\ell}=F_x.dx+F_y.dy+F_z.dz$ soit une différentielle totale. Les conditions nécessaires et suffisantes pour qu'il en soit ainsi s'écrivent :

$$\frac{\partial F_x}{\partial y}=\frac{\partial F_y}{dx} \quad , \quad \frac{\partial F_y}{\partial z}=\frac{\partial F_z}{dy} \quad , \quad \frac{\partial F_z}{\partial x}=\frac{\partial F_x}{dz} \quad \textit{en coordonnées cartesiennes}$$

$$\frac{\partial F_\rho}{\partial \theta}=\frac{\partial(\rho.F_\theta)}{d\rho} \quad , \quad \frac{\partial(\rho.F_\theta)}{\partial z}=\frac{\partial F_z}{d\theta} \quad , \quad \frac{\partial F_z}{d\rho}=\frac{\partial F_\rho}{dz} \quad \textit{en coordonnées cylindriques}$$

$$\frac{\partial F_r}{\partial \theta}=\frac{\partial(r.F_\theta)}{dr} \quad , \quad \frac{\partial(r.F_\theta)}{\partial \phi}=\frac{\partial(r.\sin\theta.F_\phi)}{d\theta} \quad , \quad \frac{\partial(r.\sin\theta.F_\phi)}{dr}=\frac{\partial F_r}{d\phi} \quad \textit{en coordonnées sphériques}$$

REMARQUE, cela revient aussi à écrire $\vec{rot}(\vec{F})=\vec{0}$!!!

Exemples

Soit $\vec{F_{(x,y,z)}}=\underbrace{(y+2.z+e^x)}_{F_x}.\vec{e_x}+\underbrace{x}_{F_y}.\vec{e_y}+\underbrace{2.x}_{F_z}.\vec{e_z}$

On a :

$$\begin{aligned}
\frac{\partial F_x}{\partial y} &= 1 \ \text{ et } \ \frac{\partial F_y}{\partial x}=1 \ => \ \text{O.K.} \\
\frac{\partial F_y}{\partial z} &= 0 \ \text{ et } \ \frac{\partial F_z}{\partial y}=0 \ => \ \text{O.K.} \\
\frac{\partial F_z}{\partial x} &= 2 \ \text{ et } \ \frac{\partial F_x}{\partial z}=2 \ => \ \text{O.K.}
\end{aligned}$$

Cette force dérive d'un potentiel : $\vec{F}=-\vec{grad}(U)$ avec :

$$U_{(x,y,z)}=-x.(y+2.z)-e^x$$

Soit $\vec{F_{(r,\theta,\phi)}}=\underbrace{(3.r)}_{F_r}.\vec{e_r}+\underbrace{r.\sin\theta}_{F_\theta}.\vec{e_\theta}+\underbrace{\cos\phi}_{F_\phi}.\vec{e_\phi}$

On a :

$$\begin{aligned}
\frac{\partial F_r}{\partial \theta} &= 0 \ \text{ et } \ \frac{\partial(r.F_\theta)}{\partial r}=2.r.\sin\theta \ => \times \\
\frac{\partial(r.F_\theta)}{\partial \phi} &= 0 \text{ et } \ \frac{\partial(r.\sin\theta.F_\phi)}{\partial \theta}=r\cos\theta\cos\phi \ => \times \\
\frac{\partial(r.\sin\theta.F_\phi)}{\partial r} &= \sin\theta\cos\phi \ \text{ et } \ \frac{\partial F_r}{\partial \phi}=0 \ => \times
\end{aligned}$$

Cette force ne dérive pas d'un potentiel !

La fonction U tel que $\vec{F}=-\vec{grad}(U)$ n'existe pas !

6.3.3 Les forces conservatives

Définition

Une force qui dérive d'un potentiel est dite "conservative". Calculons, pour une force conservative $\vec{F} = F_x(x,y,z).\vec{e_x} + F_y(x,y,z).\vec{e_y} + F_z(x,y,z).\vec{e_z}$, le travail de celle-ci sur un point mobile dont la position passe d'un point M_A de coordonnées $\{x_A, y_A, z_A\}$ à un point M_B de coordonnées $\{x_B, y_B, z_B\}$

$$W_{\widehat{AB}} = \int_{M_A}^{M_B} \vec{F}.\vec{d\ell} = \int_{M_A}^{M_B} -\vec{grad}\left[U_{(x,y,z)}\right].\vec{d\ell} = \int_{M_A}^{M_B} -dU_{(x,y,z)} = U_{(x_A,y_A,z_A)} - U_{(x_B,y_B,z_B)}$$

Le travail d'une force conservative sur un trajet donné est égal à la diminution de l'énergie potentielle. Si le trajet $\widehat{M_A M_B}$ est fermé (bouclé), le travail d'une force conservative est nul !

Exemples de forces conservatives

La force de gravitation La force de gravitation s'écrit $\vec{F_G} = -G\frac{m_1.m_2}{r^2}.\vec{e_r}$ en coordonnées sphériques. Après s'être assuré que cette force dérive bien d'un potentiel en effectuant les vérifications nécessaires, nous cherchons son énergie potentielle E_p telle que :

$$\begin{aligned}
\vec{F_G} &= -\vec{grad}\,(E_p) \\
-G\frac{m_1.m_2}{r^2}.\vec{e_r} &= -\frac{\partial E_p}{\partial r}.\vec{e_r} - \frac{1}{r}\frac{\partial E_p}{\partial \theta}.\vec{e_\theta} - \frac{1}{r.\sin\theta}\frac{\partial E_p}{\partial \phi}.\vec{e_\phi} \\
G\frac{m_1.m_2}{r^2} &= \frac{\partial E_p}{\partial r} \quad \text{après projection sur } \vec{e_r} \\
E_p &= \frac{-G.m_1.m_2}{r} + C^{te}
\end{aligned}$$

La force de pesanteur La force de pesanteur est l'équivalent de la force de gravitation lorsque les objets considérés sont proches de la surface de la terre. On a $\vec{P} = m.\vec{g}$ avec $\vec{g} = -G\frac{M_{terre}}{R^2_{terre}}.\vec{e_z}$. Nous cherchons son énergie potentielle E_p telle que :

$$\begin{aligned}
\vec{P} &= -\vec{grad}\,(E_p) \\
-m.g.\vec{e_z} &= -\frac{\partial E_p}{\partial x}.\vec{e_x} - \frac{\partial E_p}{\partial y}.\vec{e_y} - \frac{\partial E_p}{\partial z}.\vec{e_z} \\
-m.g &= -\frac{\partial E_p}{\partial z} \quad \text{après projection sur } \vec{e_z} \\
E_p &= m.g.z + C^{te}
\end{aligned}$$

La force de rappel d'un ressort La force de rappel d'un ressort s'écrit, en coordonnées cartésiennes et en considérant un système astreint à se déplacer selon l'axe [Ox) uniquement : $\vec{F} = -k.x.\vec{e_x}$ De la même manière que précédemment, nous cherchons son énergie potentielle U telle que :

$$\begin{aligned}
\vec{F} &= -\vec{grad}\,(U) \\
-k.x.\vec{e_x} &= -\frac{\partial U}{\partial x}.\vec{e_x} - \frac{\partial U}{\partial y}.\vec{e_y} + \frac{\partial U}{\partial z}.\vec{e_z} \\
k.x &= \frac{\partial U}{\partial x} \quad \text{après projection sur } \vec{e_x} \\
U(x) &= \frac{1}{2}k.x^2 + C^{te}
\end{aligned}$$

La force électrostatique La force électrostatique entre deux charges ponctuelles s'écrit $\vec{F} = k\frac{q_1.q_2}{r^2}.\vec{e_r}$ en coordonnées sphériques. Elle possède la même forme (au signe près) que la force de gravitation. Son énergie potentielle associée est donc :

$$U(r) = \frac{k.q_1.q_2}{r} + C^{te}$$

6.4 Énergie mécanique

Considérons un point matériel soumis à l'action d'une (ou de plusieurs) force conservative notée $\vec{F}$. Nous avons vu que, dans ce cas, le travail de la force sur un trajet allant d'un point A à un point B est égale à la variation de l'énergie potentielle associée à cette force : $W_{\widehat{AB}} = U_A - U_B$. Or le travail d'une force est aussi égale à la variation de l'énergie cinétique : $W_{\widehat{AB}} = E_c^B - E_c^A$. Il vient :

$$\begin{aligned}
W_{\widehat{AB}} = U_A - U_B &= E_c^B - E_c^A \\
E_c^A + U_A &= E_c^B + U_B
\end{aligned}$$

On définit **l'énergie mécanique** comme étant la somme de l'énergie cinétique et de l'énergie potentielle :

$$\boxed{E_M = E_c + U}$$

Si un point matériel n'est soumis qu'à l'action de forces conservatives, l'énergie mécanique de cette dernière est conservée au cours du temps : $E_M^A = E_M^B$

6.5 Puits et barrières de potentiel

Nous allons expliquer ce que représentent les puits et les barrières de potentiel à travers la résolution de deux problèmes *a priori* différents.

Problème 1

Considérons un point matériel de masse m, susceptible de se déplacer uniquement selon l'axe [Ox) et attaché à une ressort de constante de raideur k. Nous supposons que le ressort est à l'équilibre lorsque $x = 0$. La force de rappel du ressort s'écrit $\vec{F} = -k.x.\vec{e_x}$ et son potentiel associé est $U_{(x)} = 1/2.k.x^2$. Nous rappelons que l'expression de la force de rappel du ressort n'est valable que pour de très petits déplacements autour de $x = 0$. Le poids du point matériel $\vec{P} = -m.g.\vec{e_z}$ est compensé par la réaction du support $\vec{N} = +m.g.\vec{e_z}$. Ces deux dernières forces sont toujours perpendiculaires au mouvement et ne travaillent pas. Le déplacement du point matériel est supposé sans frottement.

Plutôt que de résoudre l'équation du mouvement à partir de la RFD, nous allons utiliser, dans ce cas, la conservation de l'énergie mécanique :

$$\begin{aligned}
E_M = E_c + U &= C^{te} \\
\frac{1}{2}m.v^2 + \frac{1}{2}k.x^2 &= C^{te} \\
\frac{1}{2}m.\dot{x}^2 + \frac{1}{2}k.x^2 &= C^{te} \\
\frac{d}{dt}\left(\frac{1}{2}m.\dot{x}^2 + \frac{1}{2}k.x^2\right) &= \frac{d}{dt}\left(C^{te}\right) \\
m.\dot{x}.\ddot{x} + k.\dot{x}.x &= 0 \\
\ddot{x} + \frac{k}{m}x &= 0
\end{aligned}$$

Il s'agit d'une équation différentielle dont la solution est $x_{(t)} = A.\sin(\omega.t + \phi)$ avec $\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$, et où A et ϕ sont des constantes à déterminer à partir des conditions initiales ci-après. Supposons que, à $t = 0$, le point matériel soit en $x = 0$ avec une vitesse initiale v_0. La position et la vitesse du point matériel sont désormais totalement déterminées par les relations ci-dessous :

$$x_{(t)} = \frac{v_0}{\omega}.\sin(\omega.t) \qquad v_{(t)} = v_0.\cos(\omega.t)$$

Problème 2

Considérons le mouvement d'un point matériel, soumis à un champ de gravité $\vec{g} = -g.\vec{e_y}$ et de masse m telle que $m.g = 1$. Le système est astreint à se déplacer sur un support dont le profil est donné par l'équation $y_{(x)} = 1/2.k.x^2$. La force de réaction du support sur le système ne travaille pas, seul le poids $\vec{P} = -m.g.\vec{e_y} = -\vec{e_y}$ est susceptible de fournir un travail non-nul.
Plutôt que de résoudre l'équation du mouvement à partir de la RFD, nous allons utiliser, dans ce cas, le théorème de l'énergie cinétique. Nous avons besoin, dans un premier temps, de déterminer le vecteur "déplacement élémentaire" le long du profil $y_{(x)}$:

$$\vec{d\ell} = dx.\vec{e_x} + dy.\vec{e_y} = dx.\vec{e_x} + k.x.dx.\vec{e_y}$$

En appliquant le théorème de l'énergie cinétique, il vient :

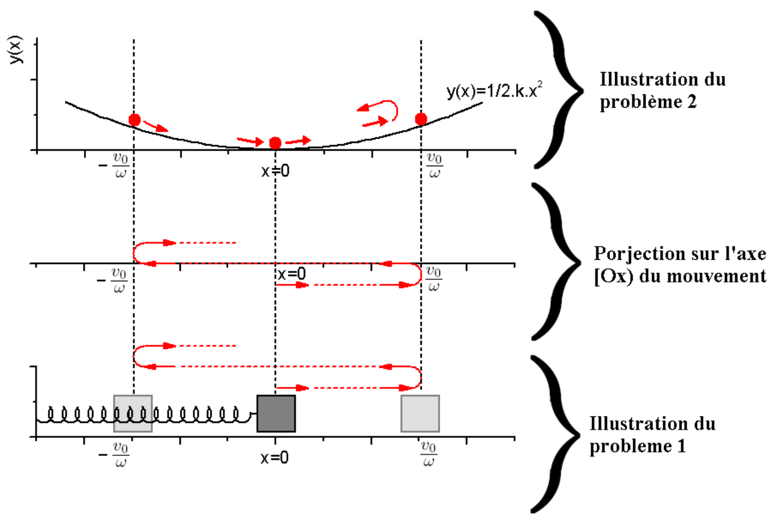
$$\begin{aligned}
dE_c &= dW \\
d\left(\frac{1}{2}.m.(\dot{x}^2 + \underbrace{\dot{y}^2}_{\approx 0})\right) &= \vec{P}.\vec{d\ell} + \underbrace{\vec{N}.\vec{d\ell}}_{=0}
\end{aligned}$$

La quantité $\vec{N}.\vec{d\ell}$ est nulle puisque la réaction du support ne travaille pas ($\vec{N} \perp \vec{d\ell}$). Par ailleurs, on ne considère que de très petits déplacements autour de $x = 0$, ainsi il est possible de négliger le terme en $\dot{y}^2$

$$\begin{aligned}
m.\dot{x}.d(\dot{x}) &= -\vec{e_y}.\left(dx.\vec{e_x} + k.x.dx.\vec{e_y}\right) \\
m.\dot{x}.\ddot{x}.dt &= -k.x.dx \\
m.\ddot{x} + k.x &= 0 \\
\ddot{x} + \frac{k}{m}.x &= 0
\end{aligned}$$

Nous obtenons la même équation différentielle que précédemment et, dans le cas où nous utilisons les mêmes conditions intiales, nous obtenons les mêmes équations du mouvement.

$$x_{(t)} = \frac{v_0}{\omega}.\sin(\omega.t) \qquad v_{(t)} = v_0.\cos(\omega.t)$$



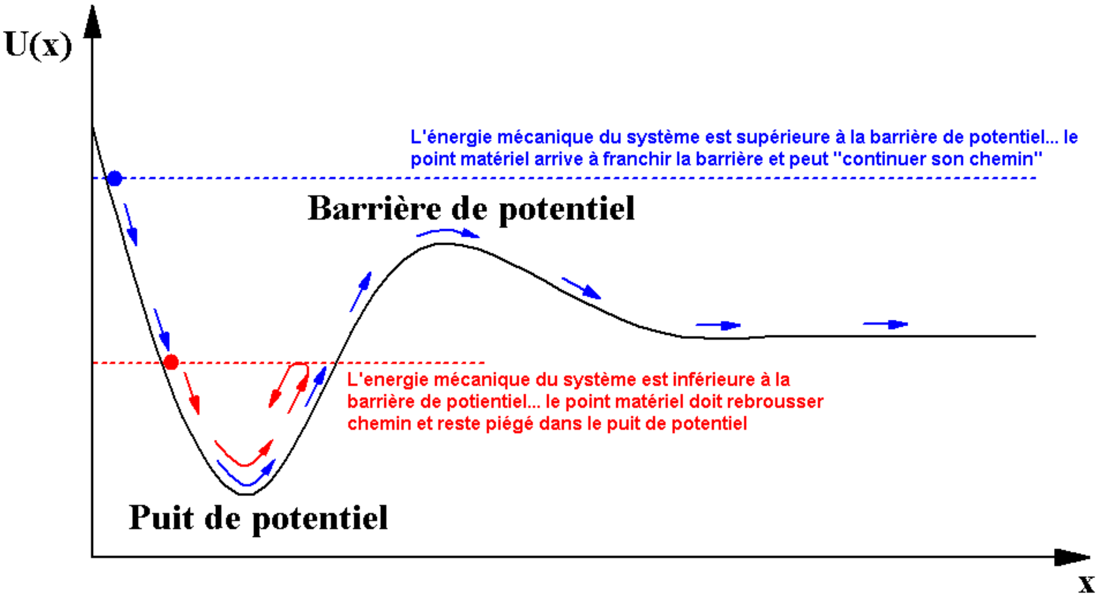
REMARQUE : si on traite correctement le problème 2, c'est à dire sans négliger le terme $\dot{y}^2$ dans l'expression de l'énergie cinétique, on s'aperçoit que la projection du mouvement selon l'axe [Ox) n'est pas rigoureusement sinuzoïdale. Il n'y a que dans le cas où $y \approx 0$, c'est à dire lorsque l'on se restreint à des déplacements très proches de $x = 0$, que cette approximation devient valide. Dans le cas général, une particule évoluant dans un potentiel $U_{(x,y)}$ n'est pas rigoureusement équivalent à une bille soumise à l'action de la pesanteur et se deplaçant sans frottement selon une "ligne" donnée par l'équation $U_{(x,y)}$... cependant, cette analogie grossière permet de comprendre intuitivement ce que sont des barrières et des puits de portentiels

Ainsi, lorsqu'un point matériel est soumis à l'action de forces conservatives, il est possible **d'anticiper simplement** son mouvement en calculant dans un premier temps le potentiel lié aux forces conservatives considérées, et d'imaginer **grossièrement** ce même point matériel comme une petite bille se déplaçant le long de la ligne de potentiel sous l'effet d'une force de gravitation valant l'unité.

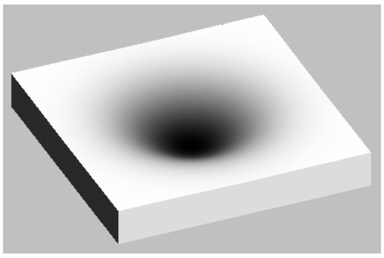
- Des "creux" dans le profil de la ligne de potentiel sont équivalents à "des puits de potentiel" : les minima locaux de $U(x)$ représentent des points d'équilibre stables. Ils sont définis par $\frac{dU}{dx} = 0$ (condition d'équilibre) et $\frac{d^2U}{dx^2} > 0$ (condition de stabilité).

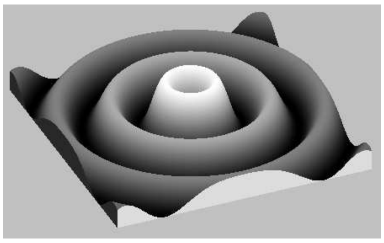
- Des "bosses" dans le profil de la ligne de potentiel sont équivalentes à "des barrières de potentiel" : les maxima locaux de $U_{(x)}$ représentent des points d'équilibre instables. Ils sont définis par $\frac{dU}{dx} = 0$ (condition d'équilibre) et $\frac{d^2U}{dx^2} < 0$ (condition d'instabilité).

- Si l'énergie mécanique du système considéré est plus grande que les éventuelles barrières de potentiel, le point matériel pourra les franchir (passer au delà des barrières de potentiel). Sinon, le point matériel devra rebrousser chemin !



A une dimension, le tracé du profil de potentiel nécessite deux dimensions et est représenté par une fonction $U_{(x)}$. A deux dimensions, le tracé du profil de potentiel nécessite trois dimensions et est représenté par une fonction $U_{(x,y)}$. A trois dimension, le tracé du profil de potentiel nécessite quatre dimensions et ne peut être représenté simplement !


Exemple d'un puit de potentiel 2D


Barrières et puits de potentiel 2D