

الاحتمالات ذ:محمد الرقبة

تمرين-1-

لدينا نرد مكعب ومرقم على الشكل التالي : كل رقم من الأرقام : 1 و 2 و 3 مكتوب على وجهين من وجوهه. نرمل هذا النرد مرة واحدة. ليكن P_i احتمال الحصول على الوجه الذي يحمل الرقم i ($i \in \{1, 2, 3\}$). نفترض أن النرد مغشوش بحيث أن P_1 و P_2 و P_3 في هذا الترتيب متناسبة على التوالي مع الأعداد 2 و 4 و 6 .

1- أ- أحسب P_1 و P_2 و P_3 .

ب- تحقق من أن $P_1 + P_2 = \frac{1}{2}$

2- نرمل هذا النرد مرتين على التوالي. ليكن a نتيجة الرمية الأولى و b نتيجة الرمية الثانية. نعتبر المتغير العشوائي X الذي يربط كل زوج (a, b) بالعدد $|a - b|$.

أ- حدد القيم التي يأخذها X .

ب- حدد قانون احتمال X .

ج- أحسب الأمل الرياضي للمتغير العشوائي X .

د- أحسب الانحراف الطرازي للمتغير العشوائي X .

تمرين-2-

تحتوي علبة على خمس بیدقات تحمل على التوالي الأرقام 1 ; 2 ; 4 ; 8 ; 16
نسحب أنيا بیدقتين.

1- أحسب احتمال الحدث E :

« خارج رقمي البیدقتين المسحوبتين يساوي 8 »

2- إذا علمت أن خارج رقمي البیدقتين المسحوبتين هو 2 ، فما هو الاحتمال لكي تحمل إحدى البیدقتين الرقم 8 ؟

3- ليكن X المتغير العشوائي الذي يربط كل ثنائية (a, b) ($a > b$) بالخارج $\frac{a}{b}$ حيث a و b هما الرقمان اللذان تحملهما البیدقتان المسحوبتان.

أ- حدد مجموعة قيم X ثم قانون احتمالها.

ب- عرف دالة التجزئ للمتغير العشوائي X ثم ارسم تمثيلها المبياني.

تمرين-3-

يحتوي كيس على 8 بیدقات :

- واحد لونه أحمر ومثلث الشكل

- اثنان لونهما أخضر ومثلثا الشكل

- 5 لونهم أحمر ومستطيلو الشكل

نسحب عشوائيا وتأنيا بیدقتين من الكيس ونفترض أن جميع السحبات متساوية الاحتمال. ونعتبر الحدثين :

A : البیدقتان المسحوبتان من نفس اللون

B : البیدقتان المسحوبتان من نفس الشكل

1- أحسب احتمال الأحداث A و B و $A \cap B$

2- هل الحدثان A و B مستقلان ؟

3- بعد عملية سحب، حصلنا على بیدقتين من نفس اللون.

ما هو الاحتمال أن يكونا من نفس الشكل ؟

تمرين-4-

يحتوي صندوق على كرة بيضاء وثلاث كرات حمراء وثلاث كرات سوداء.

نسحب عشوائيا وتأنيا ثلاث كرات من الصندوق.

ليكن X المتغير العشوائي الذي يربط كل سحبة بعدد الألوان التي أفرزتها هذه السحبة.

1- حدد القيم التي يمكن أن يأخذها X .

2- حدد قانون احتمال المتغير العشوائي X .

تمرين-5-

يتكون قسم من 20 تلميذا موزعين على 3 فئات : فئة مكونة من 10 تلاميذ داخليين وفئة مكونة من 4 تلاميذ خارجيين وفئة مكونة من 6 تلاميذ نصف داخليين.

نريد تكوين لجنة من 3 تلاميذ لتمثيل القسم. نفترض أن لكل تلميذ نفس الحظ لكي يكون عضوا في اللجنة. ليكن X المتغير العشوائي الذي يساوي عدد الفئات الممثلة داخل اللجنة.

- 1- حدد القيم التي يأخذها المتغير العشوائي X .
- 2- اعط قانون احتمال المتغير العشوائي X .
- 3- احسب الأمل الرياضي للمتغير العشوائي X .

تمرين-6-

يحتوي كيس على 10 بیدقات موزعة حسب اللون والحرف المكتوب عليها كما هو مبين في الجدول التالي :

| اللون \ الحرف | أبيض | أسود | أحمر |
|---------------|------|------|------|
| A | 1 | 1 | 1 |
| B | 1 | 2 | 4 |

نسحب عشوائيا وفي آن واحد بیدقتين من الكيس.

أحسب احتمالات الأحداث التالية :

- أ- البیدقتان المسحوبتان لونهما أبيض.
- ب- سحب بیدقة بيضاء مكتوب عليها حرف A
- ج- البیدقتان المسحوبتان مكتوب عليهما حرفان مختلفان
- د- البیدقتان المسحوبتان مكتوب عليهما حرفان مختلفان واحدة منهما فقط لونها أبيض.

تمرين-7-

يوجد في صندوق 4 كرات مرقمة من 1 إلى 4 . نسحب عشوائيا وفي آن واحد كرتين من هذا الصندوق. نفترض أن الكرات الأربع لها نفس احتمال السحب.

- 1- حدد كون الإمكانات.
- 2- ليكن X المتغير العشوائي الذي يربط كل إمكانية $\{a, b\}$ بالعدد الحقيقي $(-1)^{a+b}$ حيث a و b هما رقما الكرتين المسحوبتين. حدد قانون احتمال المتغير العشوائي X .

تمرين-8-

يحتوي كيس على تسع بیدقات مرقمة كالتالي : 0 ; 0 ; 0 ; 1 ; 1 ; 1 ; 2 ; 2 ; 2

نسحب عشوائيا وفي آن واحد ثلاث بیدقات من الكيس.

- 1- احسب احتمال كل من الحدثين التاليين :

E_1 : " من بين البیدقات المسحوبة توجد بیدقة واحدة بالضبط تحمل رقما زوجيا "

E_2 : " من بين البیدقات المسحوبة توجد بیدقة واحدة على الأقل تحمل الرقم 1 "

- 2- في هذه المرة نسحب عشوائيا بالتتابع وبدون إحلال بیدقتين من الكيس. ليكن X المتغير العشوائي الذي يساوي مجموع رقمي البیدقتين المسحوبتين.

(أ) حدد القيم التي يأخذها X

(ب) حدد قانون احتمال المتغير X .

(ج) احسب الأمل الرياضي والمغايرة $V(X)$ للمتغير X .

تمرين-9-

يحتوي كيس على سبع بیدقات مرقمة من 1 إلى 7.

نسحب عشوائيا من الكيس، البیدقات بالتتابع وبدون إحلال.

الأستاذ محمد الرقبة

- (1) (a) ماهو احتمال الحصول لأول مرة على رقم زوجي وفي السحبة الثالثة ؟
 (b) ماهو احتمال الحصول على رقمين زوجيين ورقم فردي خلال السحبات الثلاثة الأولى ؟
 (2) ليكن X المتغير العشوائي الذي يساوي عدد البيدقات التي تحمل رقما زوجيا والمسحوبة قبل الظهور لأول مرة لبيدق يحمل رقما فرديا.
 (a) اعط قانون احتمال X .
 (b) احسب الأمل الرياضي $E(X)$

تمرين-10-

- يحتوي صندوق U_1 على 9 كرات : أربع بيضاء وثلاث سوداء واثنتان لونهما أحمر.
 (1) نسحب عشوانيا وفي آن واحد ثلاث كرات من الصندوق U_1 .
 وليكن X المتغير العشوائي الذي يربط كل سحبة بالعدد $2n - 4$ حيث n هو عدد الكرات البيضاء المسحوبة.
 أ- اعط قانون احتمال X
 ب- احسب الأمل الرياضي للمتغير العشوائي X .
 (2) نعتبر صندوقا آخر U_2 يحتوي على 10 كرات، سبع منها بيضاء وثلاث سوداء.
 نقوم بالاختبار التالي : نسحب عشوانيا كرة واحدة من الصندوق U_2 ونضعها في الصندوق U_1 بعد تسجيل لونها ثم نسحب كرة واحدة من الصندوق U_1 .
 احسب احتمال الحدثين الآتيين :
 E_1 : " الكرة المسحوبة في آخر الاختبار حمراء "
 E_2 : " الكرة المسحوبة في آخر الاختبار بيضاء "

تمرين-11-

- يحتوي كيس على 5 كرات مرقمة 1 ، 1 ، 1 ، 2 ، 3 .
 1- نسحب عشوانيا وتأنيا كرتين من الكيس.
 a- احسب احتمال الحصول على كرتين تحملان معا الرقم 1.
 b- احسب احتمال الحصول على كرتين بحيث واحدة فقط تحمل الرقم 1.
 2- نسحب الآن أربع كرات بالطريقة التالية : نسحب كرتين في آن واحد ولا نعيدهما إلى الكيس ثم نسحب كرتين أخريين في آن واحد.
 a- احسب احتمال الحدث : " الكرتان الأوليتان تحملان معا الرقم 1 ".
 b- X المتغير العشوائي الذي يساوي مجموع أرقام الكرات الأربعة المسحوبة.
 حدد قانون X . احسب الأمل الرياضي ل X .

تمرين-12-

- يحتوي صندوق A على خمس كرات حمراء مرقمة من واحد إلى خمسة وصندوق B يحتوي على أربع كرات خضراء مرقمة من واحد إلى أربعة.
 نسحب كرة واحدة من A. ثم نسحب كرة واحدة من B ونسجل رقميهما.
 (1) ماهو احتمال كل من الأحداث التالية :
 E " الحصول على رقمين زوجيين "
 F " الحصول على رقمين فرديين "
 G " الحصول على رقمين أحدهما فردي والآخر زوجي "
 (2) ليكن X المتغير العشوائي المعرف كما يلي :
 X يساوي رقم الكرة الحمراء إذا كان رقما الكرتين المسحوبتين زوجيين.
 X يساوي رقم الكرة الخضراء إذا كان رقما الكرتين المسحوبتين فرديين.
 X يساوي أكبر رقمي الكرتين المسحوبتين إذا كان أحدهما زوجيا والآخر فرديا.
 a- حدد القيم التي يأخذها X
 b- حدد قانون احتمال X .

تمرين-13-

- نعتبر صندوقين U_1 و U_2 بحيث : يحتوي U_1 على ثلاث كرات سوداء تحمل الرقم 1 وكرتين بيضاويتين تحملان الرقم 2.

الأستاذ محمد الرقبة

ويحتوي U_2 على أربع كرات سوداء مرقمة 1 ; 2 ; 2 ; 2 . نعتبر الاختبار (ξ) : نسحب كرة من U_1 وكرة من U_2 .

- 1- أحسب احتمال كل من الحدثين :
 A : " الحصول على كرتين مختلفتي الرقم "
 B : " الحصول على كرتين مختلفتي اللون "
 2- ليكن X المتغير العشوائي الذي يربط كل سحبة بمجموع الرقمين المحصل عليهما.
 أ) حدد قانون احتمال X
 ب) احسب الأمل الرياضي $E(X)$.
 3- نكرر الاختبار (ξ) خمس مرات وفي كل مرة نعيد كل كرة إلى الصندوق الذي سحبت منه.
 ماهو احتمال الحصول ثلاث مرات بالضبط على كرتين مختلفتي اللون ؟

تمرين-14-

- يحتوي كيس على 16 قطعة معدنية لا يمكن التمييز بينها باللمس، ست تزن كل واحدة منها 10g وعشر تزن كل واحدة منها 12g.
- I- نسحب عشوائيا وفي آن واحد قطعتين من الكيس.
 1) بين أن احتمال الحصول على قطعتين من نفس الوزن هو 0,5.
 2) ماهو احتمال كون وزن واحدة منهما 10g علما بأن لهما نفس الوزن ؟
 - II- نسحب عشوائيا وفي آن واحد قطعتين من الكيس، نزنهما ثم نعيدهما إليه ونكرر هذه العملية ثلاث مرات.
 نعتبر المتغير العشوائي X الذي يساوي عدد المرات التي نحصل فيها على مجموع أوزان أكبر قطعا من 20g.
 1) أوجد قانون احتمال X
 2) احسب $E(X)$ و $V(X)$.

تمرين-15-

- يحتوي كيس على ست بیدقات بيضاء وأربع بیدقات سوداء لا يمكن التمييز بينها باللمس.
- 1) نسحب بتتابع وبإحلال أربع بیدقات من الكيس.
 ليكن X المتغير العشوائي الذي يمثل عدد البیدقات السوداء المسحوبة.
 أ- أعط قانون احتمال X .
 ب- احسب الأمل الرياضي للمتغير X .
 2) نسحب تاتيا أربع بیدقات من الكيس.
 نعتبر الأحداث :
 A : « الحصول على أربع بیدقات من نفس اللون »
 B : « الحصول على بیدقة سوداء على الأقل »
 C : « الحصول على بیدقة بيضاء على الأقل »
 أ- احسب احتمال الحدث A
 ب- احسب احتمال الحدث B إذا علمت أن الحدث C محقق.

تمرين-16-

يرمي أحمد هدفا ثابتا مستعملا نوعين من الرصاص. احتمال إصابته الهدف برصاصة من النوع A هو $\frac{8}{10}$ واحتمال إصابته الهدف

برصاصة من النوع B هو $\frac{6}{10}$

- 1- يرمي أحمد الهدف برصاصتين من النوع A . ليكن X عدد إصابته الهدف.
 أعط قانون X واحسب أمله الرياضي.
- 2- يرمي أحمد الهدف برصاصة من النوع A ثم برصاصة من النوع B .
 a- احسب احتمال إصابته الهدف بالرصاصتين معا.
 b- احسب احتمال إصابته الهدف بإحدى الرصاصتين على الأقل.
- 3- يسحب أحمد تاتيا رصاصتين من كيس يحتوي على 3 رصاصات من النوع A و 4 من النوع B .
 a- احسب احتمال سحب رصاصتين من النوع A .
 b- احسب احتمال سحب رصاصتين مختلفتي النوع.

c- أثبت أن احتمال إصابة أحمد الهدف مرتين هو : $\frac{328}{700}$

تمرين-17-

- يحتوي صندوق على كرة واحدة تحمل الرقم 1 وكرتين تحملان الرقم 2 وثلاث كرات تحمل الرقم 3 .
نسحب بالتتابع وبإحلال ثلاث كرات ونسجل أرقام الكرات المسحوبة جنبا إلى جنب من اليسار إلى اليمين في ترتيب السحب بحيث نحصل على عدد مكون من ثلاثة أرقام.
نعتبر أن جميع السحوبات متساوية الاحتمال.
- 1- أ) احسب احتمال الحصول على عدد مكون من ثلاثة أرقام فردية.
ب) احسب احتمال الحصول على عدد زوجي.
 - 2- ليكن X المتغير العشوائي الذي يساوي عدد الأرقام الزوجية التي تشمل عليها كتابة العدد المحصل عليه.
وليكن Y المتغير العشوائي الذي يساوي 0 إذا كان العدد المحصل عليه عددا زوجيا والذي يساوي 1 إذا كان العدد المحصل عليه فرديا.
اعط قانون احتمال كلا من المتغيران العشوائيان