ملخص : المتتاليات $I \subseteq IN$

المتتالية الحسابية

$\boxed{u_{n+1}=u_n+r}$

r هو الأساس $r\in IR^*$

الحد العام

$\boxed{u_n=u_p+(n-p)r;n\in I\,;\,p\in I}$

u_p الحد الأول للمتتالية

الوسيط الحسابي

a,b,c حدود متعاقبة

$\boxed{a+c=2b}$

المجاميع

$S_n=U_0+U_1+U_2+\dots\dots+U_n$

$\boxed{S_n=\frac{(n+1)}{2}(U_p+U_n)}$

المتتالية ثابت من اجل $r=0$

المتتالية الهندسية

$\boxed{v_{n+1}=v_n\times q}$

q هو الأساس

$q\in IR^*-\{1\}$

الحد العام

$\boxed{v_n=v_p\times q^{n-p};n\in I}$

v_p الحد الأول للمتتالية

الوسيط الحسابي

a,b,c حدود متعاقبة

$\boxed{a\times c=b^2}$

المجاميع

$S_n=V_0+V_1+V_2+\dots\dots+V_n$

$\boxed{S_n=V_0\frac{1-q^{n+1}}{1-q}}$ =

المتتالية ثابت من اجل $q=1$

تغيرات و تقارب

تغيرات متتالية:

❖ لدراسة تغيرات متتالية ، ندرس إشارة الفرق : $\boxed{u_{n+1}-u_n}$

• $u_{n+1}-u_n\succ 0$:المتتالية (u_n) متزيدة تماما. $u_{n+1}-u_n\prec 0$: المتتالية (u_n) متناقصة تماما.

• $u_{n+1}-u_n=0$: المتتالية (u_n) ثابتة.

❖ إذا كانت $u_n\succ 0$ نقارن النسبة $\frac{u_{n+1}}{u_n}$ مع 1.

❖ إذا كانت $u_n=f(n)$ ندرس تغيرات f على المجال $[0;+\infty[$

تقارب متتالية:

▪ المتتالية (u_n) متقاربة إذا كانت : $\lim\limits_{x\to\infty}u_n=l$.

▪ إذا كانت (u_n) محدودة من الأعلى $(u_n<M)$ و متزيدة فإنها متقاربة .

▪ إذا كانت (u_n) محدودة من الأسفل $(u_n>m)$ و متناقصة فإنها متقاربة

▪ **متتاليتان متجاورتان:**

--- إذا كانت إحداهما متناقصة و الأخرى متزايدة .

--- $\lim\limits_{x\to\infty}(u_n-v_n)=0$

منه : $\lim\limits_{x\to+\infty}u_n=\lim\limits_{x\to+\infty}v_n$

الاستدلال بالتراجع

$p(n)$ خاصية متعلقة بعدد طبيعي n_0 عدد طبيعي .

للبرهان على صحة الخصية $p(n)$ من اجل كل عدد طبيعي n اكبر او يساوي n_0 .

1) نتأكد من صحة الخاصية من اجل n_0 أي : $p(n_0)$

2) نفرض إن الخاصية صحيحة من اجل عدد طبيعي كيفي n اكبر من أو يساوي n_0 (فرضية التراجع) ونبرهن صحة الخاصية من اجل $n+1$ أي $p(n+1)$ صحيحة.

1-المتتالية الحسابية

تمرين 11:

(u_n) متتالية حسابية حدها لأول u_1

1) احسب حدها الثاني u_2 علما أن $u_3+u_1=12$
2) احسب حدها الرابع u_4 علما أن $u_3+u_4+u_5=30$
3) عين الأساس r لهذه المتتالية و حدها الأول .
4) أكتب u_n بدلالة n ثم عين n علما أن $u_n=32$
5) احسب المجموع : $s_n=u_1+u_2+.....+u_n$

$\boxed{u_2=6\,;u_4=10\,;r=2\,;u_1=4\,;u_n=2+2n\,;n=15;s_n=n(n+3)}$

تمرين 12: لتكن $v_1;v_2;v_3$ حدود متعاقبة لمتتالية حسابية حيث

$$v_1+v_2+v_3+v_4=-18 \qquad v_1=3$$

1) احسب أساس المتتالية .
2) احسب الحد العاشر .
3) اكتب عبارة الحد العام
4) احسب المجموع بدلالة .

$$s_n=v_1+v_2+v_3+.....+v_n$$

$\boxed{r=-5;v_{10}=-42\,;v_n=8-5n\,;s_n=\frac{n}{2}(11-5n)}$

تمرين 13: لتكن $v_1;v_2;v_3$ حدود متعاقبة لمتتالية حسابية حيث :

$$v_1^2+v_2^2+v_3^2=93 \text{ و } v_1+v_2+v_3=15$$

1) احسب أساس المتتالية .
2) احسب الحدود $v_1;v_2;v_3$.

$\boxed{(u_1=2;u_2=5\,;u_3=8);(u_3=2;u_2=5\,;u_1=8);(r=3);(r=-3)}$

تمرين 14:

(u_n) متتالية حسابية بحيث : $u_0+u_3=18$ و $u_2+u_5=34$

1. اوجد الحد لأول u_0 ولأساس r لهذه المتتالية.
2. اكتب عبارة الحد العام u_n بدلالة n
3. احسب المجموع $s_n=u_0+u_1+......+u_n$ بدلالة n.

اوجد العدد الطبيعي n بحيث $s_n=78$

$\boxed{u_0=3;r=4\,;u_n=3+4n\,;n=4;s_n=(n+1)(2n+3)}$

تمرين 15:

نعتبر المتتالية (u_n) المعرفة على IN ب : $\begin{cases} u_0=2 \\ u_{n+1}=\dfrac{2u_n-1}{u_n} \end{cases}$

و المتتالية (v_n) المعرفة $v_n=\dfrac{1}{u_n-1}$.

1) بين أن (v_n) المتتالية حسابية .
2) عبر عن v_n ثم u_n بدلالة n

$\boxed{v_0=1;r=1\,;v_n=1+n\,;u_n=(n+2)/(n+1)}$