

تمرين شامل حول الأعداد المركبة: من إعداد الأستاذ أحمد خامس

(1) حل في مجموعة الأعداد المركبة المعادلة : $z^4 - 10z^3 + 38z^2 - 90z + 261 = 0$ إذا علمت أنها تقبل حلين تخيليين صنفين.

(2) نعتبر في المستوي المركب المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O; \vec{u}; \vec{v})$ حيث وحدة الطول 1cm النقط A، B، C و P ذات اللواحق $a = -2$ ، $b = 2 - 2\sqrt{3}i$ ، $c = 3 + 3\sqrt{3}i$ ، $p = 10$.

(أ) أكتب الأعداد a, b, c و p على الشكل المثلي ثم الأسّي.

(ب) باستعمال الأدوات الهندسية وبدون استعمال الآلة الحاسبة أنشئ النقط A، B، C و P.

(ت) أكتب النسبة $\frac{c-b}{p-b}$ على شكل الجبري وفسر النتيجة هندسيا ثم استنتج طبيعة المثلث BCP.

(ث) أوجد d لاحقة النقطة D منتصف القطعة [PB].

(ج) أوجد g لاحقة النقطة G مركز ثقل المثلث BCP.

(ح) أوجد q لاحقة النقطة Q صورة C بالدوران الذي مركزه A وزاويته $\frac{\pi}{3}$. ثم تحقق أن النقط O، B و Q على استقامة واحدة.

(خ) أوجد n لاحقة النقطة N نظيرة C بالنسبة إلى O ثم تحقق أن المستقيمت (CN)، (AP) و (BQ) متقاطعة في O.

(د) أوجد عناصر وعبارات المركبة للتحويلات النقطية التالية:

H تحاكي مركزه G ويحول D إلى C. R دوران الذي يحول P إلى C و C إلى B. S تشابه مباشر مركزه D ويحول P إلى C.

(ذ) أوجد العبارة المركبة للتحويلات النقطية T_1, T_2, T_3 و T_r ثم استنتج طبيعتها وعناصرها المميزة بحيث:

$$T_1: \text{RoH} ; T_2: \text{SoH} ; T_3: \text{SoR} ; T_r: \underbrace{\text{SoS} \dots \text{S}}_{\text{مرة } r}$$

ثم حدد قيمة r حتى يكون T_r تحاكي.

(3)

(أ) عين طبيعة وعناصر مجموعة النقط التالية:

E_1 مجموعة النقط M صورة العدد المركب Z التي يكون من أجلها العدد $\frac{iz+2i}{z-10}$ حقيقيا غير معدوم.

E_2 مجموعة النقط M صورة العدد المركب Z التي تحقق $Z = 5 + i\frac{\sqrt{3}}{3} + 2\sqrt{\frac{19}{3}} e^{i\theta}$ مع $\theta \in [0; 2\pi[$.

E_3 مجموعة النقط M صورة العدد المركب Z التي تحقق $\arg(-\bar{z} - 2) = \frac{\pi}{3}$.

E_4 مجموعة النقط G_α حيث $G_\alpha\{(B; 1); (C; \alpha); (P; 1)\}$. حيث α عدد حقيقي يختلف عن -2.

E_5 مجموعة النقط M حيث $(\overrightarrow{MB}; \overrightarrow{MP}) = \frac{\pi}{6}$.

E_6 مجموعة النقط M صورة العدد المركب Z التي تحقق $(z - 2 + i2\sqrt{3})(\bar{z} - 2 - i2\sqrt{3}) = 16$.

(ب) تحقق أن النقطة B تنتمي إلى E_2 وأن O تنتمي إلى E_6 ثم استنتج مرة أخرى المجموعتين النقط E_2 و E_6 .

(ت) أوجد معادلة صورة المجموعة E_4 بالتحويل H.