MATH

MR MERABTI CHANNEL

WWW.YOUTUBE.COM/MRMERABTI | FOR HIGH SCHOOL AND UNIVERSITY LEVEL

المدف من القناة

نضع بين أيدي طلابنا هذه القناة الخاصة بالرياضيات لجميع المستويات التي أنجزت وفقا للمنهاج الذي أقرته وزارة التربية والتعليم، و قد جاءت مقاطع هذه القناة مختصرة و غير مطوّلة و هادفة للإستفادة أكثر، لا تنسى الضغط على زر **الإشتراك** ليصلك جديدنا مع تمنيات إدارة القناة لكم بالتوفيق و النجاح.

اتصل بنا

www.facebook.com/merabti.math
www.youtube.com/MrMerabti
http://mrmerabti.blogspot.com
merabti.soufiane1@gmail.com

النهايات ، الإستمرارية و الإشتقاق

حلول تمارين مع الشرح خاصة بالنهايات، اضغط على رقم التمرين للمشاهدة

التمرين 1 – التمرين 2 – التمرين 3 – التمرين 4 - التمرين 5 – التمرين 6 – التمرين 7 – التمرين 8 – التمرين 9 – التمرين 10 – التمرين 11- التمرين 12 – التمرين 13 – التمرين 14 – التمرين 15 – التمرين 16 – التمرين 17 – التمرين 18- التمرين 19 – التمرين 20 – التمرين 21

الدوال الأسية و اللغرتم

حلول تمارين مع الشرح خاصة بالأسية، اضغط على رقم التمرين للمشاهدة

التمرين 1 – التمرين 2 – التمرين 3 – التمرين 4 - التمرين 5 – التمرين 6 – التمرين 7 – التمرين 8 – التمرين 9 - التمرين 10 – التمرين 11 – التمرين 12 – التمرين 13 – التمرين 14 – التمرين 15 – حفظ الخواص

التكامل و الدوال الأصلية

حلول تمارين مع الشرح خاصة بالتكامل، اضغط على رقم التمرين للمشاهدة

التمرين 1 – التمرين 2 – التمرين 3 – التمرين 4 - التمرين 5 – التمرين 6 – التمرين 7 – التمرين 8 – التمرين 9 – التمرين 10 – التمرين 11

CHANNEL

TWITTER

FACEBOOK

URL LINKEDIN

الباب الثاني

الاشتقاقية

www.facebook.com/merabti.math

www.youtube.com/MrMerabti

الأنشطة

النشاط الأول
تصحيح: /
الهدف: تذكير حول المشتقات.
توجيهات: يقدم النشاط كمدخل لهذا الباب و يتوج بتقديم فقرة " الاشتقاقية ". و يتم ضمن أفواج.
الحل: يكفي تعيين معامل التوجيه ثم تطبيق المبرهنات حول المشتقات.
النشاط الثاني
تصحيح: /
الهدف: تعريف الدالة " ظل ".
توجيهات: يقدم النشاط كمدخل للفقرة " دراسة دالة مثلثية " .
الحل: بسيط
النشاط الثالث
تصحيح: /
الهدف: مقاربة مشتقة الدالة المركبة.
توجيهات: يقدم النشاط كمدخل للفقرة " اشتقاق دالة مركبة " و يتم ضمن أفواج مع استغلال جهاز الداتاشو.
الحل: بسيط.

الأعمال الموجهة

المقارنة بين دوال و دراسة الأوضاع النسبية لمنحنياتها
تصحيح: /
الهدف: توظيف دراسة اتجاه تغير دالة.
توجيهات: يمكن تقديم العمل في شكل أفواج كما يمكن اقتراحه كواجب منزلي.
الحل: بسيط

دراسة دالة صماء
تصحيح: /
الهدف: توظيف اتجاه تغير دالة.
توجيهات: يمكن تقديم العمل في شكل أفواج كما يمكن اقتراحه كواجب منزلي.
الحل: بسيط

تقريب دالة بواسطة مجدول أو حاسبة
تصحيح: /
الهدف: توظيف طريقة أولر.
توجيهات: يقدم النشاط باستعمال جهاز الداتاشو أو باستعمال حاسبة بيانية.
الحل: بسيط

التمارين

تمارين تطبيقية.

1 - الاشتقاقية

2 f الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ $f(x)=|x|$.

$\lim\limits_{x \xrightarrow{<} 0} \frac{f(x)-f(0)}{x-0} = \lim\limits_{x \xrightarrow{<} 0} \frac{-x}{x} = -1$ و $\lim\limits_{x \xrightarrow{>} 0} \frac{f(x)-f(0)}{x-0} = \lim\limits_{x \xrightarrow{>} 0} \frac{x}{x} = 1$ إذن f لا تقبل الاشتقاق عند 0.

6 المنحني يقبل مماسا عند A إذن الدالة تقبل الاشتقاق عند -2 ومعامل توجيه المماس T هو $f'(-2)=\frac{3}{2}$ ولدينا $f(-2)=3$ وبالتالي معادلة المماس T هي $y=\frac{3}{2}(x+2)+3$.

2 - المشتقات والعمليات عليها

12 في كل حالة من الحالات المقترحة الدالة f تعتبر كثير حدود وبالتالي هي تقبل الاشتقاق على $\mathbb{R}$.

أ - $f'(x)=5x^4+4x^3-9x^2+2x+4$.

ب - $f'(x)=\frac{6x^2+2x-4}{4}$.

جـ - $f'(x)=6mx^2+6m^3x-m^2$.

د - $f(m)=2x^3+9m^2x^2-2mx+1$.

14 أ - $f(x)=x+x\cos x$ ؛ $D=\mathbb{R}$. $f'(x)=1+\cos x-x\sin x$

ب - $f(x)=\sin x\cos x$ ؛ $D=\mathbb{R}$. $f'(x)=\cos^2 x-\sin^2 x=\cos 2x$.

جـ - $f(x)=\frac{\sin x}{x}$ ؛ $D=\mathbb{R}^*$. $f'(x)=\frac{x\cos x-\sin x}{x^2}$.

3 - اتجاه تغيّر دالة

25 أ - $f(x)=2x^4-27x+7$ ؛ $f'(x)=8x^3-27=(2x-3)(4x^2+6x+9)$

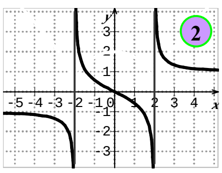
من أجل كل $x\in\mathbb{R}$ ، $4x^2+6x+9>0$ ومنه إذا كان $x\geq\frac{3}{2}$ فإن $f'(x)\geq 0$ ومنه f متزايدة تماما على $\left[\frac{3}{2};+\infty\right[$ ؛ إذا كان $x\leq\frac{3}{2}$ فإن $f'(x)\leq 0$ ومنه f متناقصة تماما على $\left]-\infty;\frac{3}{2}\right]$.

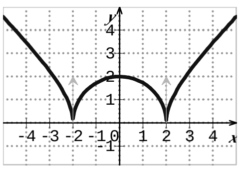
جـ - $f(x)=x+\cos x$. $f'(x)=1-\sin x$ ، من أجل كل عدد حقيقي x ، $1\geq\sin x$ ومنه $f'(x)\geq 0$ إذن الدالة f متزايدة تماما على $\mathbb{R}$.

هـ - $f(x)=\frac{1}{x}-\frac{1}{\sqrt{x}}$ ؛ الدالة f معرفة على $\mathbb{R}_+$ وقابلة للاشتقاق على $\mathbb{R}_+^*$ ولدينا $f'(x)=-\frac{1}{x^2}+\frac{2\sqrt{x}}{x}$ ومنه $f'(x)>0$ إذن الدالة f متزايدة تماما على $\mathbb{R}_+$.

27 الشكل المقابل هو المنحني $\mathcal{C}_f$ لدالة f قابلة للاشتقاق عند كل قيمة من المجموعة $\mathbb{R}-\{-2;2\}$.

المنحني الذي يمثل f' هو





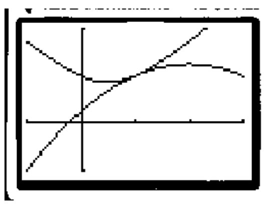
4 - اشتقاق دالة مركبة

34 أ) $f'(x)=3(2x+2)(x^2+2x-3)^2$.

ب) $g'(x)=4(4x+1)(2x^2+x-1)^3$.

ج) $h'(t)=5(3t^2-1)(t^3-t+1)^4$.

د) $t'(u)=-\dfrac{16u}{(u^2+3)^9}$.



39 باستعمال حاسبة بيانية مثّلنا المنحنيين الذين معادلتيهما $y=\sqrt{x^2-x+1}$ و $y=-\frac{1}{4}x^2+x+\frac{1}{4}$.

1) يبدو أن للمنحنيين مماس مشترك عند النقطة ذات الفاصلة 1 .

2) أ ـــ الدالة g كثير حدود إذن هي قابلة للاشتقاق على $\mathbb{R}$.

الدالة $u:x\mapsto x^2-x+1$ تقبل الاشتقاق وموجبة تماما على $\mathbb{R}$ إذن الدالة $f:x\mapsto\sqrt{u}$ تقبل الاشتقاق على $\mathbb{R}$.

ب ـــ $f(1)=1$ ، $g(1)=1$ ، $f'(1)=\frac{1}{2}$ و $g'(1)=\frac{1}{2}$.

ج ـــ معادلة المماس لمنحنى الدالة f هي : $y=\frac{1}{2}(x-1)+1$ ونجد نفس المعادلة لمماس منحنى الدالة g .

5 - التقريب التآلفي

41 برّر التقريب التآلفي المحلي عند 0 في كل الحالة من الحالات التالية :

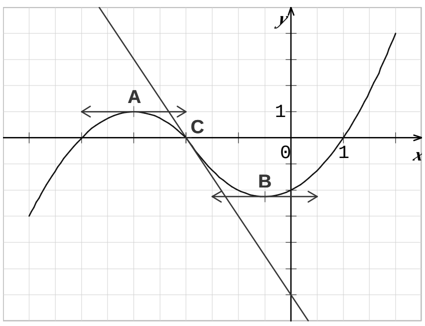
أ) $(1+x)^3\approx1+3x$. لدينا $(1+x)^3=x^3+3x^2+3x+1$ وعندما يقترب x من 0 فيكون x^3 و $3x^2$ قيمتين مهملتين.

يمكن اعتبار معادلة مماس منحنى الدالة $x\mapsto(1+x)^3$ عند النقطة ذات الفاصلة 0 هي $y=1+3x$.

تمارين للتّعمّق.

1 - الاشتقاقية

46



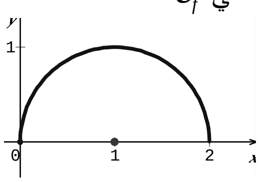
المنحني البياني $\mathscr{C}_f$ التالي هو لدالة f قابلة للاشتقاق على مجموعة تعريفها

.1 $D_f=[-5;2]$.

.2 $f'\left(-\frac{1}{2}\right)=0$ ، $f'(-3)=0$ و $f'(-2)=\dfrac{0-(-4)}{-2-0}=-2$.

.4 عند A ، $y=1$ ؛ عند B ، $y=-\frac{9}{4}$ وعند C ، $y=-2(x+2)$.

.5 لا توجد مماسات أخرى للمنحنى $\mathscr{C}_f$ موازية لمماسه عند النقطة C لأنها هي نقطة انعطاف للمنحنى $\mathscr{C}_f$.



53 f الدالة المعرّفة على المجال $[0;2]$، تمثيلها البياني $\mathscr{C}$ هو عبارة عن نصف دائرة كما هو مبيّن في الشكل .

1) المماس منطبق على محور التراتيب.

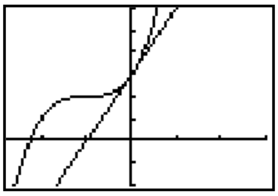
2) نضع $\Omega(1;0)$ ؛ $M(x;y)$ تنتمي إلى $\mathcal{C}$ معناه $\Omega M=1$ و $y\geq 0$ أي $(x-1)^2+y^2=1$ و $y\geq 0$ وهذا يعني $y=\sqrt{1-(x-1)^2}$ أي $f(x)=\sqrt{1-(x-1)^2}$

3) نجد بالحساب $\lim\limits_{x \xrightarrow{>} 0} \dfrac{f(x)-f(0)}{x}$ غير منتهية .

2 ـ المشتقات والعمليات عليها

58 f هي الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $f(x)=x^3+3x^2+3x+3$

على شاشة الحاسبة البيانية نرسم المنحني $\mathcal{C}$ الممثل للدالة f والمماس T عند النقطة A التي فاصلتها 0.



1. $y=3x+3$.

2. يبدو أنه إذا كان $x\in\left[-\dfrac{5}{2};+\infty\right[$ فإن المنحني يقع فوق المماس .

3. تحقق أن من أجل كل عدد حقيقي x : $f(x)-(3x+3)=x^2(x+3)$.

4. إذا كان $x\in[-3;+\infty[$ فإن $f(x)-(3x+3)\geq 0$ ويكون المنحني فوق المماس ، وإذا كان $x\in\,]-\infty;-3]$ فإن $f(x)-(3x+3)\leq 0$ ويكون المنحني تحت المماس.

الباب الثالث

الدوال الأسية و اللوغاريتمية

www.facebook.com/merabti.math

الأنشطة

النشاط الأول

تصحيح: /

الهدف: تعريف الدالة الأسية.

توجيهات: يقدم النشاط كمدخل لهذا الباب و يتوج بتقديم فقرة " الدالة الأسية ". و يتم ضمن أفواج مع استغلال جهاز الداتاشو.

الحل: يكفي إتباع مختلف المراحل لبلوغ النتائج المتوخاة .

النشاط الثاني

تصحيح: /

الهدف: تعريف الدالة اللوغاريتمية النيبيرية.

توجيهات: يقدم النشاط كمدخل للفقرة " الدالة اللوغاريتمية "

الحل: بسيط

الأعمال الموجهة

الدوال $x \longmapsto e^{-\lambda x}$

تصحيح: /

الهدف: توظيف الدالة الأسية.

توجيهات: يمكن تقديم العمل في شكل أفواج كما يمكن اقتراحه كواجب منزلي.

الحل: بسيط.

الدوال $x \longmapsto e^{-\lambda x^2}$

تصحيح: /

الهدف: توظيف الدالة الأسية و مقاربة منحنيات غوص.

توجيهات: يمكن تقديم العمل في شكل أفواج كما يمكن اقتراحه كواجب منزلي.

الحل: بسيط

المعادلة التفاضلية من الشكل $y' = ay + b$

تصحيح: /

الهدف: حل معادلات تفاضلية.

توجيهات: يقدم النشاط ضمن أفواج أو كواجب منزلي.

الحل: بسيط

دالتا تجب و جيب الزائديتان

تصحيح: /

الهدف: توظيف الدالة الأسية.

توجيهات: يقدم النشاط ضمن أفواج أو كواجب منزلي.

الحل: بسيط

التمثيل البياني لدوال مرفقة بالدالة اللوغاريتمية النيبيرية

تصحيح: /

الهدف: توظيف الدالة الأسية.

توجيهات: يقدم النشاط ضمن أفواج أو كواجب منزلي.

الحل: بسيط

التمارين

تمارين تطبيقية

1 - الدالة الأسية

3 (1 $\dfrac{1-e^{-2x}}{1+e^{-2x}}=\dfrac{e^{2x}\left(1-e^{-2x}\right)}{e^{2x}\left(1+e^{-2x}\right)}=\dfrac{e^{2x}-1}{e^{2x}+1}$

(2 $e^{-x}-e^{-2x}=\dfrac{1}{e^{x}}-\dfrac{1}{e^{2x}}=\dfrac{e^{x}-1}{e^{2x}}$

3) تصويب: $(e^{x}+e^{-x})^2=(e^{x})^2+2e^{x}e^{-x}+(e^{-x})^2$

$(e^{x}+e^{-x})^2=e^{2x}+e^{-2x}+2$

$(e^{x}+e^{-x})^2=e^{2x}+\dfrac{1}{e^{2x}}+2=\dfrac{e^{4x}+1}{e^{2x}}+2$

(4 $\dfrac{e^{x}-e^{-x}}{e^{x}+e^{-x}}=\dfrac{e^{x}\left(e^{x}-e^{-x}\right)}{e^{x}\left(e^{x}+e^{-x}\right)}=\dfrac{e^{2x}-1}{e^{2x}+1}$

2 - الدوال الأسية $x\mapsto e^{kx}$

15 تصويب: $f(x+y)=f(x)\times f(y)$

1) أ) إذا كان $x=y=0$ فإن: $f(0)=f(0)\times f(0)$ ومنه $f(0)-\left[f(0)\right]^2=0$

ومنه $f(0)\left[1-f(0)\right]=0$ ومنه $f(0)=1$ لأن f غير معدومة.

ب) من أجل كل عدد حقيقي x: $f(x)\times f(-x)=f(x-x)$

ومنه $f(x)\times f(-x)=f(0)$ أي $f(x)\times f(-x)=1$

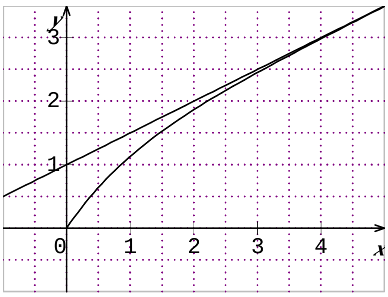
2. أ- من أجل كل عدد حقيقي x، $f\left(\dfrac{x}{2}\right)\times f\left(\dfrac{x}{2}\right)=f\left(\dfrac{x}{2}+\dfrac{x}{2}\right)=f(x)$

ب) الدالة f موجبة تماما على $\mathbb{R}$.

3 - دراسة الدالة الأسية

f دالة معرفة على $[0;+\infty[$ كما يلي:

$$f(x)=\frac{1}{2}x+1-e^{-x}$$



1.أ) $f'(x)=\dfrac{1}{2}+e^{-x}$ الدالة f متزايدة تماما على $[0;+\infty[$.

ب) $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)=+\infty$.

2.أ) $\lim\limits_{x\to+\infty}\left[f(x)-\left(\dfrac{1}{2}x+1\right)\right]=\lim\limits_{x\to+\infty}\left(-e^{-x}\right)=0$

معادلة المستقيم المقارب D هي: $y=\dfrac{1}{2}x+1$.

ب) المنحني (C) أسفل المستقيم D.

3. الرسم (انظر الشكل)

51 1. $g(x)-f(x)=e^{-x}(1-\sin x)$

$\sin x=1$ على $[0;\pi]$ معناه $x=\frac{\pi}{2}$. إذن المنحنيان يشتركان في النقطة $A\left(\frac{\pi}{2};e^{-\frac{\pi}{2}}\right)$

2. $f'(x)=e^{-x}(-\sin x+\cos x)$ و $g'(x)=e^{-x}$

$f'\left(\frac{\pi}{2}\right)=g'\left(\frac{\pi}{2}\right)=-e^{-\frac{\pi}{2}}$ إذن المنحنيان يقبلان في النقطة A مماسا مشتركا.

4 - الدالة اللوغاريتمية النيبيرية

61 $P(x)=-2x^3+3x^2+11x-6$

1) $P(x)=(2x-1)(x+2)(3-x)$

2) $P(x)=0$ معناه أو $(x=-2)$ أو $(x=3)$

3) $x\in\left\{e^{\frac{1}{2}};e^{-2};e^{3}\right\}$

4) $x\in\left\{\ln\frac{1}{2};\ln 3\right\}$

5 - الخواص الجبرية

73 2) $\begin{cases} x^2+2y=16 \\ \ln\frac{x}{y}=-\ln 3 \end{cases}$ مجوعة الحلول هي $S=\{(-8;-24),(2;6)\}$

3) $\begin{cases} x^2+y^2=169 \\ \ln x+\ln y=\ln 60 \end{cases}$ مجوعة الحلول هي $S=\{(5;12),(12;5)\}$

74 1) $2t^2-5t+2=0$ معناه $t\in\left\{\frac{1}{2};2\right\}$

2) مجموعة حلول الجملة هي: $S=\{(-\ln 2;\ln 2),(\ln 2;-\ln 2)\}$

6 - دراسة الدالة اللوغاريتمية النيبيرية

91 $f(x)=3\ln(2+x)+x^2-3x$

$$f'(x)=\frac{3}{x+2}+2x-3=\frac{2x^2+x-3}{x+2}$$

$f'(x)=0$ تكافئ $2x^2+x-3=0$

$f'(x)=0$ تكافئ $(x=1)$ أو $\left(x=-\frac{3}{2}\right)$

إذن المنحني C الممثل للدالة f يقبل مماسين موازيين لمحور الفواصل عند النقطتين التين فاصلتاهما 1 و $\frac{3}{2}$

7- دالة اللوغاريتم العشري

98 .1 $\log\left(2^{1234}\right)=1234\log 2$. $E\left(1234\log 2\right)=371$.

.2 من $E\left(\log n\right)=371$ نستنتج أن: $371\le \log n<372$

ومنه $\log 10^{371}\le \log n<\log 10^{372}$ و منه $10^{371}\le n<10^{372}$

.3 الكتابة العشرية للعدد n تتكون من 372 رقما.

8- المعادلات التفاضلية

102 (1 $f(x)=\lambda e^{3x}$ ، (2 $f(x)=\lambda e^{-2x}$

(3 $f(x)=\lambda e^{-\frac{5}{2}x}$ ، (4 $f(x)=\lambda e^{8x}$

103 (1 $f(x)=\lambda e^{-\frac{1}{2}x}$

(2 الحل الخاص f الذي يحقق $f\left(\ln 4\right)=1$ هو

$f(x)=2e^{-\frac{1}{2}x}$

تمارين للتعمق

108 (1 تصويب: المستقيم الذي معادلته $y=1$ مستقيم مقارب للمنحني (C) عند $-\infty$.

$\left(a,b,c\right)=\left(2,-3,1\right)$

(2 أ) $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=1$.المنحني (C) يقبل المستقيم الذي معادلته $y=1$ كمقارب عند $-\infty$.

• $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=+\infty$

• $f'(x)=e^{x}\left(4e^{x}-3\right)$

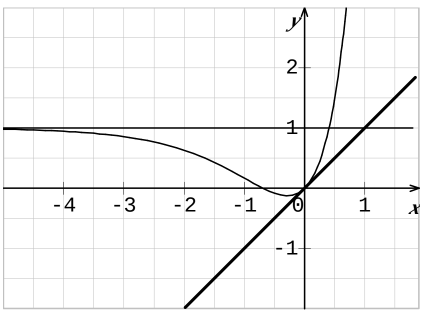
x	$-\infty$		$\ln\frac{3}{4}$		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	
f	1	$\searrow$	$-\frac{1}{8}$	$\nearrow$	$+\infty$

ب) المنحني (C) يقطع محور الفواصل في النقطتين اللتين فاصلتاهما 0 و $-\ln 2$.

•معادلة المماس للمنحني (C) عند النقطة التي فاصلتها 0 هي $y=x$.

جـ) $\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{f(x)}{x}=+\infty$

د) الرسم



116 1) أ) $f(x)-(x-1)=x-\frac{e^x-1}{e^x+1}-x+1 \ =\frac{2}{e^x+1}$

$f(x)-(x+1)=-\frac{e^x-1}{e^x+1}-1=\frac{-2e^x}{e^x+1}$

ب) $\lim_{x\to+\infty} f(x)=+\infty$ ، $\lim_{x\to-\infty} f(x)=-\infty$

جـ) $\lim_{x\to+\infty} f(x)-(x-1)=0$ و $\lim_{x\to-\infty} f(x)-(x+1)=0$

إذن المستقيمان Δ_1 و Δ_2 اللذين معادلتاهما على مقاربان لــ(C) عند $-\infty$ وعند $+\infty$.

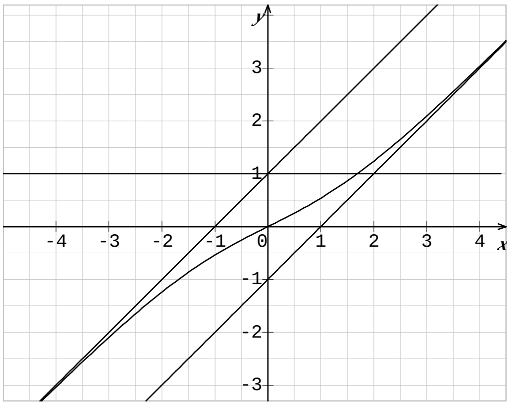
د) بجوار $+\infty$ (C) أعلى Δ_2، و بجوار $-\infty$ (C) أسفل Δ_1.

2) أ) $f(-x)=-x-\frac{e^{-x}-1}{e^{-x}+1}=-x+\frac{1-e^x}{1+e^x}=-f(x)$

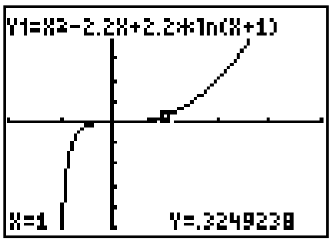
ب) $f'(x)=1-\frac{2e^x}{(e^x+1)^2}=\frac{2e^x+1}{(e^x+1)^2}$

x	0 $\qquad\qquad$ α $\qquad\qquad$ $+\infty$
$f'(x)$	$+$
f	0 $\nearrow$ 1 $\nearrow$ $+\infty$

3) الرسم



117 1)



2.أ) الدالة f متزايدة.

ب) الدالة f تنعدم عند $x=0$.

3.أ) من أجل $x>-1$: $f'(x)=2x-2,2+\frac{2,2}{x+1}=\frac{2x^2-0,2x}{x+1}$

إشارة $f'(x)$ هي من نفس لإشارة $x(2x-0,2)$

$f'(x)>0$ معناه $x\in]-1;0[\cup]0,1;+\infty[$ ، $f'(x)<0$ معناه $x\in]0;0,1[$ ، $f'(x)=0$ معناه $x\in\{0;0,1\}$

x	-1		0		$0,1$		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
f	$-\infty$	$\nearrow$	0	$\searrow$	$\approx -0,0003$	$\nearrow$	$+\infty$

ب) $\lim\limits_{x\to -1} f(x)=-\infty$ ، $\lim\limits_{x\to +\infty} f(x)=+\infty$

جـ) لدينا $f(0)=0$ و على المجال $]0,1;+\infty[$ الدالة f مستمرة و متزايدة و تأخذ قيمها في $[f(0,1);+\infty[$

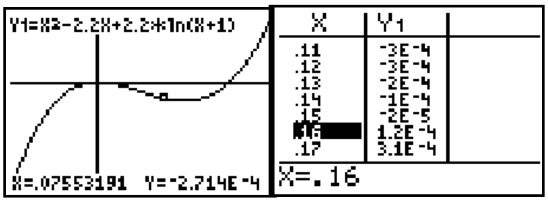
و $f(0,1)<0$. إذن يوجد عدد حقيقي وحيد x_0 حيث $f(x_0)=0$

خلاصة: المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلين 0 و x_0.

د) نتائج دراسة الدالة لا تتطابق مع التخمين.

4.أ) يمكن أخذ $-0,0018\le y\le 0,00111$

ب) $f(0,15)<0$ و $f(0,16)>0$ ومنه $0,15\alpha<0,16$.قيمة مقربة بالزيادة إلى 10^{-2} للعدد α هي $0,16$



121 1) أ) من أجل كل عدد حقيقي x : $-1\le \cos 4x\le 1$ و $e^{-x}>0$ ومنه .

$-e^{-x}\le f(x)\le e^{-x}$

ب) $\lim\limits_{x\to +\infty} f(x)=0$

2) النقط المشتركة للمنحنيين Γ و C هي النقط $M_k\left(k\frac{\pi}{2};e^{-k\frac{\pi}{2}}\right)$

3) أ) $u_{n+1}=e^{-n\frac{\pi}{2}}\times e^{-\frac{\pi}{2}}=e^{-\frac{\pi}{2}}u_n$.المتتالية (u_n) هندسية أساسها $e^{-\frac{\pi}{2}}$

ب)أساس المتتالية (u_n) $0<e^{-\frac{\pi}{2}}<1$ و $u_0=1$.إذن المتتالية (u_n) موجبة و متزايدة و تتقارب نحو 0.

4) أ) من أجل كل عدد حقيقي x من $[0;+\infty[$:

تصويب: $f'(x)=-e^{-x}\left[\cos(4x)+4\sin(4x)\right]$

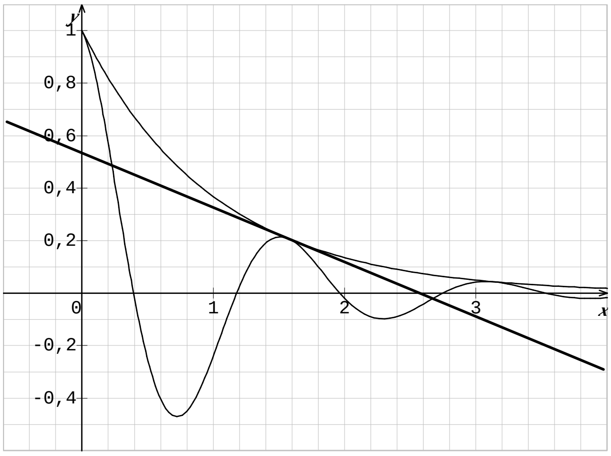
ب) $g'(x)=-e^{-x}$.إذا كان $x=k\frac{\pi}{2}$ فإن $\cos 4x=1$ و $\sin 4x=0$

$f'\left(k\frac{\pi}{2}\right)=g'\left(k\frac{\pi}{2}\right)=-e^{-k\frac{\pi}{2}}$

إذن المنحنيين Γ و C لهما نفس المماس عند كل نقطة من نقط تقاطعهما.

5) لدينا: $f'\left(\frac{\pi}{2}\right)=-e^{-\frac{\pi}{2}}$. قيمة مقربة إلى 10^{-1} لمعامل توجيه المماس T للمنحنى Γ عند النقطة التي فاصلتها

$\frac{\pi}{2}$ هي $-0,2$.



مسائل

123 1) المجموعة $\mathbb{R}$ متناظرة بالنسبة للصفر، $f(-x)=\frac{1}{e^{-x}+e^{x}}=f(x)$ إذن الدالة f زوجية

2) الدالة $x \mapsto e^{x}$ متزايدة على $\mathbb{R}$.من أجل كل عدد حقيقي موجب x : $-x \leq x$ ومنه $e^{-x} \leq e^{x}$.

3) أ) $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)=0$

ب) $f'(x)=-\frac{e^{x}-e^{-x}}{\left(e^{x}+e^{-x}\right)^{2}}$.من أجل كل $x \geq 0$: $e^{x} \geq e^{-x}$ و منه $f'(x)<0$

x	0 $\qquad\qquad\qquad\qquad$ $+\infty$
$f'(x)$	0 $\qquad\qquad$ $-$
f	$\frac{1}{2}$ $\searrow$ 0

4) أ) من أجل كل $x \geq 0$: $0<e^{-x} \leq e^{x}$ ومنه $0<e^{x}<e^{-x}+e^{x} \leq 2e^{x}$ ومنه $\frac{1}{2e^{x}} \leq \frac{1}{e^{-x}+e^{x}} \leq \frac{1}{e^{x}}$

إذن :من أجل كل عدد حقيقي موجب x : $h(x) \leq f(x) \leq g(x)$.

ب) نستنتج أنه على $\mathbb{R}^{+}$ ، Γ يكون بين Γ_1 و Γ_2 .