الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

وزارة التربية الوطنية — الديوان الوطني للامتحانات والمسابقات

امتحان بكالوريا التعليم الثانوي — دورة: جوان 2014

الشعبة: تقني رياضي

اختبار في مادة: الرياضيات — المدة: 04 سا و30 د

## على المترشح أن يختار أحد الموضوعين التاليين:

## الموضوع الأوّل

**التمرين الأول: ( 05,5 نقاط )**

1) حل في مجموعة الأعداد المركبة $\mathbb{C}$ المعادلة: $(z-i)\left(z^2-2\sqrt{3}z+4\right)=0$

2) المستوي المركب منسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $\left(O;\vec{u},\vec{v}\right)$

نسمي $A$ ، $B$ و $C$ نقط المستوي التي لاحقاتها على الترتيب $z_1=\sqrt{3}+i$ ، $z_2=\sqrt{3}-i$ و $z_3=i$

أ) أكتب العدد $\frac{z_1}{z_2}$ على الشكل الأسي.

ب) هل توجد قيم للعدد الطبيعي $n$ يكون من أجلها العدد المركب $\left(\frac{z_1}{z_2}\right)^n$ تخيليا صرفا ؟ برّر إجابتك.

3) أ) عيّن العبارة المركبة للتشابه المباشر $S$ الذي مركزه $A$ ويحول $B$ إلى $C$، محددا نسبته وزاويته.

ب) استنتج طبيعة المثلث $ABC$

4) أ) عيّن العناصر المميزة لـ $(E)$ مجموعة النقط $M$ من المستوي ذات اللاحقة $z$ والتي تحقق:

$$|z-z_1|^2+|z-z_3|^2=5$$

ب) عيّن $(E')$ مجموعة النقط $M$ من المستوي التي لاحقتها $z$ حيث: $|z-z_1|=|z-z_3|$

**التمرين الثاني: (04,5 نقاط)**

الفضاء منسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $\left(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k}\right)$

$(\Delta_1)$ و $(\Delta_2)$ مستقيمان من الفضاء معرفان بتمثيليهما الوسيطيين التاليين:

$$(\Delta_1):\begin{cases}x=3+2t\\ y=-2-2t \quad (t\in\mathbb{R})\\ z=1-t\end{cases} \quad \text{و} \quad (\Delta_2):\begin{cases}x=1\\ y=-1-t' \quad (t'\in\mathbb{R})\\ z=4+2t'\end{cases}$$

1) أ) عيّن إحداثيات النقطة $B$ تقاطع المستقيمين $(\Delta_1)$ و $(\Delta_2)$

ب) عيّن تمثيلا وسيطيا للمستوي $(P)$ المعيّن بالمستقيمين $(\Delta_1)$ و $(\Delta_2)$

2) أ) أثبت أن النقطة $A(6;4;4)$ لا تنتمي إلى المستوي $(P)$

ب) بيّن أن النقطة $B$ هي المسقط العمودي للنقطة $A$ على المستوي $(P)$

3) أ) عيّن معادلة ديكارتية للمستوي $(Q)$ الذي يشمل النقطة $A$ و $\vec{n}(5;1;-7)$ شعاع ناظمي له.

ب) عيّن إحداثيات $C$ و $D$ نقطتي تقاطع $(Q)$ مع كل من $(\Delta_1)$ و $(\Delta_2)$ على الترتيب.

4) أ) عيّن طبيعة المثلث $BCD$، ثم أحسب حجم رباعي الوجوه $ABCD$

ب) استنتج مساحة المثلث $ACD$

**التمرين الثالث: (04 نقاط)**

$I$) $f$ هي الدالة المعرفة على المجال $]1;+\infty[$ بـ: $f(x)=x-\ln(x-1)$

1) حدد حسب قيم $x$، إشارة $f(x)-x$

2) أ) عيّن اتجاه تغيّر $f$

ب) بيّن أنه إذا كان $x\in[2;e+1]$ فإن $f(x)\in[2;e+1]$

$II$) $(u_n)$ المتتالية المعرفة على $\mathbb{N}$ كما يلي: $u_0=e+1$ ومن أجل كل $n$ من $\mathbb{N}$، $u_{n+1}=u_n-\ln(u_n-1)$

1) برهن بالتراجع أنه من أجل كل $n$ من $\mathbb{N}$، $u_n\in[2;e+1]$

2) أدرس اتجاه تغير المتتالية $(u_n)$

3) برر تقارب المتتالية $(u_n)$، ثم أحسب نهايتها.

**التمرين الرابع: ( 06 نقاط )**

المستوي منسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$

$I$) $g$ الدالة المعرفة على المجال $]0;3[$ بـ: $g(x)=x\ln x+x$

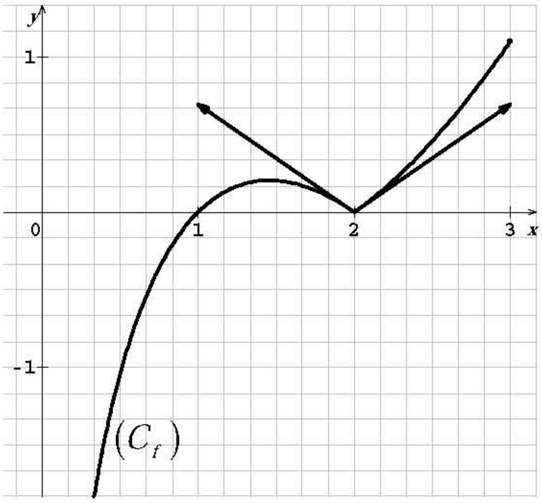
1) أدرس تغيرات الدالة $g$

2) أ) بيّن أن المعادلة $g(x)=2$ تقبل حلا وحيدا $\alpha$ في $]0;3[$

ثم تحقق أن $1,45<\alpha<1,46$

ب) استنتج إشارة $g(x)-2$

$II$) التمثيل البياني المقابل $(C_f)$ هو للدالة $f$ المعرفة على المجال $]0;3[$ بـ: $f(x)=|x-2|\ln x$




1) باستعمال $(C_f)$ ضع تخمينا حول قابلية اشتقاق الدالة $f$ عند 2

2) أثبت صحة تخمينك.

3) أدرس تغيرات الدالة $f$

$III$) $h$ الدالة المعرفة على $\left[0;\frac{\pi}{2}\right[$ كما يلي: $h(x)=(2-\cos x)\ln(\cos x)$

1) بيّن أن المستقيم $(\Delta)$ ذو المعادلة $x=\frac{\pi}{2}$ مقارب للمنحنى $(C_h)$؛ حيث $(C_h)$ هو التمثيل البياني للدالة $h$

2) أدرس اتجاه تغير الدالة $h$، ثم شكل جدول تغيراتها وارسم $(\Delta)$ و $(C_h)$

## الموضوع الثاني

**التمرين الأول: (04,5 نقاط)**

نعتبر في المستوي المركب المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $\left(O;\vec{u},\vec{v}\right)$ النقطة $A$ ذات اللاحقة $z_0=1+i$

1) أ) عيّن ثم أنشئ $(\gamma)$ مجموعة النقط $M\left(z\right)$ من المستوي حيث: $z=z_0+2e^{i\theta}$ و $\theta$ يمسح $\mathbb{R}$

ب) عيّن ثم أنشئ $(\gamma')$ مجموعة النقط $M\left(z\right)$ من المستوي حيث: $z=z_0+ke^{i\left(\frac{3\pi}{4}\right)}$ و $k$ يمسح $\mathbb{R}^+$

ج) عيّن إحداثيات نقطة تقاطع $(\gamma)$ و $(\gamma')$

2) نسمي $B$ النقطة التي لاحقتها $z_1$ حيث $z_1=z_0+2e^{i\left(\frac{3\pi}{4}\right)}$

أ) عيّن الشكل الجبري للعدد المركب $\dfrac{z_1-z_0}{z_0}$، ثم استنتج طبيعة المثلث $OAB$

ب) عيّن $z_2$ لاحقة النقطة $C$ صورة النقطة $B$ بالدوران الذي مركزه $A$ وزاويته $-\dfrac{\pi}{2}$

ج) عيّن العددين الحقيقيين $\alpha$ و $\beta$ بحيث تكون النقطة $O$ مرجحا للجملة $\left\{(A;\alpha),(C;\beta)\right\}$ و $\alpha+\beta=\sqrt{2}$

د) عيّن ثم أنشئ $(E)$ مجموعة النقط $M$ من المستوي حيث: $\left(\left(1+\sqrt{2}\right)\overrightarrow{MA}-\overrightarrow{MC}\right).\left(\overrightarrow{MA}-\overrightarrow{MC}\right)=0$

**التمرين الثاني: (04,5 نقاط)**

الفضاء منسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $\left(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k}\right)$

$A$ ، $B$ و $C$ ثلاث نقط من الفضاء حيث $A(0;-1;1)$ ، $B(1;3;2)$ و $C(-1;3;4)$

1) أ) أحسب الجداء السلمي $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC}$ ، ثم استنتج القيمة المدورة إلى الوحدة، بالدرجات، للزاوية $\widehat{BAC}$

ب) بيّن أن النقط $A$ ، $B$ ، $C$ تعين مستويا.

2) أ) بيّن أن الشعاع $\vec{n}(2;-1;2)$ ناظمي للمستوي $(ABC)$

ب) أكتب معادلة ديكارتية للمستوي $(ABC)$

3) ليكن $(S)$ سطح الكرة الذي معادلته: $x^2+y^2+z^2-4x+6y-2z+5=0$

نسمي $\Omega$ و $R$ مركز و نصف قطر $(S)$ احسب $R$ وعيّن احداثيات $\Omega$

4) أكتب معادلة ديكارتية لكل من المستويين $(P_1)$ و $(P_2)$ مماسي سطح الكرة $(S)$ والموازيين للمستوي $(ABC)$

**التمرين الثالث: (05 نقاط)**

$n$ و $p$ عددان طبيعيان.

1) أدرس، حسب قيم $n$، بواقي القسمة الإقليدية على 16 للعدد $5^n$

2) نضع: $C_n=16n+9$ و $D_p=5^p$

أ) بيّن أنه إذا كان $p=4k+2$ حيث $k$ عدد طبيعي، فإنه يوجد عدد طبيعي $n$ يحقق $C_n=D_p$

ب) عيّن $n$ من أجل $p=6$

3) $f$ هي الدالة المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ بـ: $f(x)=5^{(4x+2)}-9$

أدرس تغيرات الدالة $f$، ثم استنتج إشارة $f(x)$

4) $(u_n)$ المتتالية المعرفة على $\mathbb{N}$ كما يلي: $u_0=1$ و من أجل كل $n$ من $\mathbb{N}$، $u_{n+1}=5^4\left(u_n+\frac{9}{16}\right)-\frac{9}{16}$

أ) برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي $n$، $u_n=\frac{5^{(4n+2)}-9}{16}$

ب) برهن أنه من أجل كل عدد طبيعي $n$، فإن $u_n$ عدد طبيعي.

5) استنتج اتجاه تغير المتتالية $(u_n)$

**<u>التمرين الرابع</u>: ( 06 نقاط )**

$f$ هي الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x)=(x-1)e^x$

$(C_f)$ تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$

1) عيّن نهاية $f$ عند كل من $-\infty$ و $+\infty$

2) أدرس اتجاه تغير الدالة $f$ على $\mathbb{R}$ ثم شكل جدول تغيراتها.

3) أ) بيّن أن المعادلة $f(x)=1$ تقبل حلا وحيدا $\alpha$ على $\mathbb{R}$، ثم تحقق أن $1,27<\alpha<1,28$

ب) أكتب معادلة لـ $(T)$ مماس المنحنى $(C_f)$ عند النقطة ذات الفاصلة 1 وحدّد وضعية $(C_f)$ بالنسبة إلى $(T)$

جـ) أرسم $(T)$ و $(C_f)$

4) عيّن قيم العدد الحقيقي $m$ التي من أجلها تقبل المعادلة $(x-1)e^x-(m-1)e^m=-1$ حلا واحدا في $\mathbb{R}$

5) $h$ هي الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $h(x)=(|x|+1)e^{-|x|}$ و $(C_h)$ تمثيلها البياني

أ) بيّن أنّ الدالة $h$ زوجية.

ب) ارسم $(C_h)$ مستعينا بالمنحنى $(C_f)$

6) $g$ دالة معرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $g(x)=(ax+b)e^x$ حيث: $a$، $b$ عددان حقيقيان

عيّن $a$، $b$ حتى يكون: من أجل كل $x$ من $\mathbb{R}$ ؛ $g'(x)=f(x)$