ملخص الدرس

	المتتاليات الحسابية	المتتاليات الهندسية
تعريف	الانتقال من حد إلى الحد التالي يكون **بإضافة** نفس الثابت r، ويسمى أساس المتتالية	الانتقال من حد إلى الحد التالي يكون **بالضرب** في نفس الثابت q ، يسمى أساس المتتالية.
العلاقة التراجعية	$u_{n+1} = u_n + r$	$u_{n+1} = q\,u_n$
الحد العام	$u_n = u_0 + nr \longrightarrow$ الحد الأول u_0 $u_n = u_1 + (n-1)r \leftarrow$ الحد الأول u_1	$u_n = u_0 q^n \longrightarrow$ الحد الأول u_0 $u_n = u_1 q^{n-1} \longrightarrow$ الحد الأول u_1
العلاقة بين حدين	$\forall n \geq p \; , u_n = u_p + (n-p)r$	$\forall n \geq p \; , u_n = u_p q^{n-p}$
مجموع حدود متتابعة	$S = u_0 + u_1 + \dots\dots + u_n = (n+1)\left(\frac{u_0 + u_n}{2}\right)$ **بصفة عامة** $S =$ عدد الحدود $\times \dfrac{\text{الحد الأخير} + \text{الحد الأول}}{2}$ **حالة خاصة أساسية** $1 + 2 + 3 + \dots\dots + n = \dfrac{n(n+1)}{2}$	$S = u_0 + u_1 + \dots\dots + u_n = u_0 \dfrac{1-q^{n+1}}{1-q}$ **بصفة عامة** $S =$ الحد الأول $\times \dfrac{1-q^{\text{عدد الحدود}}}{1-q}$ **حالة خاصة أساسية** $1 + q + q^2 + \dots\dots + q^n = \dfrac{1-q^{n+1}}{1-q}$ مع $q \neq 1$
النهايـــــات	$r > 0 \longrightarrow \lim\limits_{n \to +\infty} u_n = +\infty$ $r < 0 \longrightarrow \lim\limits_{n \to +\infty} u_n = -\infty$	$q > 1 \longrightarrow \lim\limits_{n \to +\infty} q^n = +\infty$ $q = 1 \longrightarrow \lim\limits_{n \to +\infty} q^n = 1$ $-1 < q < 1 \longrightarrow \lim\limits_{n \to +\infty} q^n = 0$ $q \leq -1 \longrightarrow$ نهاية $\left(q^n\right)$ غير موجودة
الوسط الحسابي و الوسط الهندسي	**الوسط الحسابي** ($a \,, b \,, c$ حدود متتابعة من متتالية حسابية) $\Updownarrow$ $2b = a + c$ يسمى العدد b الوسط الحسابي للعددين a و c	**الوسط الهندسي** ($a \,, b \,, c$ حدود متتابعة من متتالية هندسية) $\Updownarrow$ $b^2 = a \times c$ يسمى العدد b الوسط الهندسي للعددين a و c

المتتاليات العددية(3)
تقارب متتالية عددية

1. أدرس تقارب المتتالية (u_n) المقترحة :

1) $u_n=\frac{3n^2-2n+4}{4n^2+1}$ 2) $u_n=\frac{2n^2-n^3}{n^4+1}$

3) $u_n=\frac{5n^3-4n^2}{(n+1)^3}$ 4) $u_n=\sqrt{\frac{n^2+2}{n+3}}$

5) $u_n=\frac{2\sqrt{n}-3}{n+1}$ 6) $u_n=\frac{\sqrt{n^2+1}}{n}$

7) $u_n=\frac{2}{3^n}+3\left(\sqrt{2}\right)^n$ 8) $u_n=5^n-3^n$

9) $u_n=\frac{3^n-5^n}{1+2^n}$ 10) $u_n=\frac{\sin n}{n}$

2. (u_n) متتالية معرفة على $\mathbb{N}^*$ بـ : $u_n=\frac{6n+5\times(-1)^n}{3n}$

تحقق أن : $\frac{6n-5}{3n}\le u_n\le\frac{6n+5}{3n}$ ثم استنتج $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n$

3. نعتبر المتتالية $(u_n)_{n\ge0}$ المعرفة بـ : $u_n=\frac{(-2)^n-3\cos n}{4^n}$

بين أن : $|u_n|\le\frac{3+2^n}{4^n}$; $\forall n\in\mathbb{N}$ ثم استنتج $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n$

4. (u_n) متتالية معرفة على $\mathbb{N}$ بـ : $u_n=\sqrt{n^2+6n}-n$

1) باستعمال الآلة الحاسبة أعط تخمينا لنهاية المتتالية (u_n)

2) بين أن : $u_n=\frac{6}{1+\sqrt{1+\frac{6}{n}}}$ ثم استنتج $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n$

5. (u_n) متتالية معرفة على $\mathbb{N}^*$ بـ :

$$u_n=\frac{1}{n+\sqrt{1}}+\frac{1}{n+\sqrt{2}}+......+\frac{1}{n+\sqrt{n}}$$

1) K عدد طبيعي حيث : $1\le K\le n$. أعط حصرا لـ $\frac{1}{n+\sqrt{K}}$

2) بين أن : $\frac{n}{n+\sqrt{n}}\le u_n\le\frac{n}{n+1}$ ثم استنتج $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n$

6. نعتبر المتتالية (u_n) المعرفة بـ :

$$u_0=12 \text{ و } u_{n+1}=3+\frac{1}{4}u_n \; ; \; \forall n\in\mathbb{N}$$

1) في م م م م أنشئ (D) التمثيل البياني للدالة $f:x\mapsto 3+\frac{1}{4}x$

و المستقيم (Δ) الذي معادلته : $y=x$

– مثل على المحور (OX) الحدود u_0, u_1, u_2 و u_3

– ما هو تخمينك حول تقارب المتتالية (u_n).

2) أ – بين أن : $\forall n\in\mathbb{N}, 4\le u_n\le 12$

ب – أدرس اتجاه تغير المتتالية (u_n)

جـ – استنتج أن المتتالية (u_n) متقاربة ثم أحسب نهايتها .

3) أ – أحسب العدد a فاصلة نقطة تقاطع (D) و (Δ)

ب – نضع : $v_n=u_n-a$

– أثبت أن (v_n) متتالية هندسية يطلب تعيين الأساس .

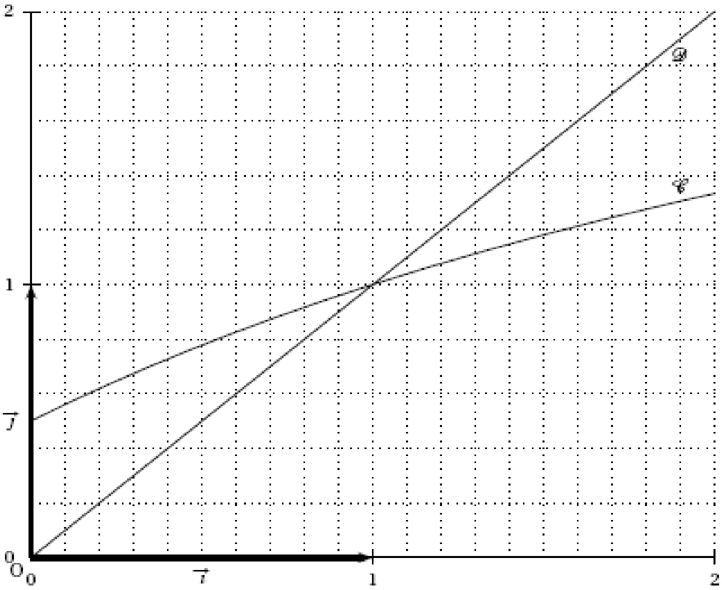
– عبر عن (v_n) بدلالة n و استنتج $\lim\limits_{n\to+\infty} v_n$ ثم $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n$

7. المتتالية (u_n) معرفة على $\mathbb{N}$ بـ :

$$u_0=0 \text{ و } \forall n\in\mathbb{N}, \; u_{n+1}=\frac{3u_n+2}{u_n+4}$$

1) بين أنه من أجل كل n من $\mathbb{N}$ لدينا : $0\le u_n\le 1$

2) يبين الشكل أسفله جزء من المنحنى $\mathscr{C}$ الممثل للدالة $f:x\mapsto\frac{3x+2}{x+4}$ و المستقيم $\mathscr{D}$ الذي معادلته : $y=x$



– مثل على المحور (OX) الحدود u_0, u_1, u_2 و u_3.

– ما هو تخمينك حول رتابة و تقارب المتتالية (u_n)

3) – بين أن : $u_{n+1}-u_n=\frac{(1-u_n)(u_n+2)}{u_n+4}$

– أدرس اتجاه تغير المتتالية (u_n)

– استنتج أن (u_n) متتالية متقاربة

– بين أن النهاية ℓ للمتتالية (u_n) تحقق : $\ell>0$ و $\ell=f(\ell)$. عين قيمة ℓ

4) نعتبر المتتالية (v_n) المعرفة بـ : $v_n=\frac{u_n-1}{u_n+2}$

– برهن أن (v_n) متتالية هندسية أساسها $\frac{2}{5}$.

– أحسب v_0 و عبر عن v_n بدلالة n.

– عبر عن u_n بدلالة v_n ثم بدلالة n .

– استنتج أن (u_n) متقاربة و أحسب من جديد $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n$.

اقلب الصفحة ↻

.8

1 – أنشئ (C_f) المنحنى الممثل للدالة $f : x \mapsto \sqrt{x+2}$ ، ثم المستقيم (Δ) الذي معادلته : $y = x$

2 – مثل بيانيا على المحور (OX) الحدود الخمسة الأولى للمتتالية (u_n) المعرفة بـ :

$u_0 = 5$ و لكل n من $\mathbb{N}$ ، $u_{n+1} = \sqrt{u_n + 2}$

– ما هو تخمينك حول رتابة و تقارب المتتالية (u_n).

3 – بين أن : $\forall n \in \mathbb{N}\,, u_n \geq 2$.

4 – بين أن (u_n) متتالية متناقصة . ما ذا تستنتج ؟

5 – بين أن النهاية ℓ للمتتالية (u_n) تحقق :

$\ell \geq 2$ و $\ell = \sqrt{\ell + 2}$

– استنتج قيمة ℓ .

.9 المتتالية (u_n) معرفة بـ : $u_n = 1 + \frac{1}{3} + \frac{1}{3^2} + ... + \frac{1}{3^n}$

(1 هل العدد $\frac{3}{2}$ هو عنصر حاد من الأعلى للمتتالية (u_n) ؟

(2 برهن أن المتتالية (u_n) متزايدة ، و استنتج أنها متقاربة .

(3 أحسب $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n$.

.10 لتكن f الدالة المعرفة على $[-1\,;+\infty[$ بـ :

$$f(x) = \sqrt{\frac{1+x}{2}}$$

(1 أدرس تغيرات الدالة f

(2 نعتبر المتتالية (u_n) المعرفة على $\mathbb{N}$ بـ : $\begin{cases} u_0 = \dfrac{1}{2} \\ u_{n+1} = f(u_n) \end{cases}$

أ. بين أنه ، من أجل كل n من $\mathbb{N}$ لدينا : $0 < u_n < u_{n+1} < 1$

ب. استنتج أن المتتالية (u_n) متقاربة .

ج. بين أن : $\forall n \in \mathbb{N}\,,\ 0 < 1 - u_{n+1} < \frac{1}{2}(1 - u_n)$

د. استنتج أن : $\forall n \in \mathbb{N}\,,\ 0 < 1 - u_n < \left(\frac{1}{2}\right)^n (1 - u_0)$

استنتج نهاية المتتالية (u_n).

.11 نعتبر المتتالية (u_n) المعرفة على $\mathbb{N}$ بـ :

$u_0 = 4$ و $\forall n \in \mathbb{N}\,,\ u_{n+1} = \dfrac{2\,u_n^2 - 3}{u_n + 2}$

(1 بين أن : $\forall n \in \mathbb{N}\,, u_n > 3$

(2 أدرس اتجاه تغير المتتالية (u_n)

(3 بين أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $(u_{n+1} - 3) > \frac{3}{2}(u_n - 3)$

(4 استنتج أن : $u_n \geq \left(\frac{3}{2}\right)^n + 3$

(5 هل المتتالية (u_n) متقاربة.؟

.12 لتكن المتتالية (u_n) المعرفة على $\mathbb{N}$ بـ :

$u_0 = 2$ و من أجل كل عدد طبيعي n ، $u_{n+1} = \frac{1}{2}\left(u_n + \frac{2}{u_n}\right)$

1 – بين أنه : $\forall n \in \mathbb{N}\ ,\ u_n > \sqrt{2}$

2 – بين أن (u_n) متناقصة و استنتج أن : $\forall n \in \mathbb{N}\ ,\ u_n \leq 2$

3 – تحقق أن : $\forall n \in \mathbb{N},\ u_{n+1} - \sqrt{2} = \frac{1}{2}\left(1 - \frac{\sqrt{2}}{u_n}\right)\left(u_n - \sqrt{2}\right)$

– استنتج أن : $\forall n \in \mathbb{N},\ u_{n+1} - \sqrt{2} \leq \frac{1}{4}\left(u_n - \sqrt{2}\right)$

4 – برهن بالتراجع أنه : $\forall n \in \mathbb{N},\ u_n - \sqrt{2} \leq \frac{1}{4^n}$

5 – استنتج أن المتتالية (u_n) متقاربة و أعط نهايتها.

.13 نعتبر المتتالية (a_n) المعرفة على $\mathbb{N}$ بـ : $a_n = \frac{n}{3^n}$

(1 بين بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $3^n > n^2$

(2 استنتج أن $\lim\limits_{n\to+\infty} a_n = 0$

(3 نعتبر المتتالية (u_n) المعرفة بـ : $\begin{cases} u_1 = 1 \\ u_{n+1} = \dfrac{n+1}{3n}\, u_n \ ;\ \forall n \in \mathbb{N}^* \end{cases}$

أ – بين أن لكل n من $\mathbb{N}^*$: $u_n \succ 0$.

(4 نعتبر المتتالية (v_n) المعرفة بـ : $v_n = \frac{u_n}{n}$ من أجل كل $n \in \mathbb{N}^*$

أ – بين أن (v_n) متتالية هندسية يطلب تعيين أساسها.

ب – عبر عن v_n بدلالة n ثم u_n بدلالة n و أحسب $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n$.

.14 θ عدد حقيقي من المجال $\left]0\,;\frac{\pi}{2}\right[$.

(u_n) متتالية معرفة بـ : $u_0 = 2\cos\theta$ و $\forall n \in \mathbb{N}\ ,\ u_{n+1} = \sqrt{2 + u_n}$

(1 برهن أنه : $\forall n \in \mathbb{N}\,, 0 < u_n < 2$

(2 نذكر أنه : $\forall x \in \mathbb{R}\ ,\ \cos(2x) = 2\cos^2(x) - 1$

أ. أحسب u_1 ، u_2 بدلالة θ

ب. بين أنه : $\forall n \in \mathbb{N}^*,\ u_{n+1} - u_n = \dfrac{u_n - u_{n-1}}{\sqrt{2 + u_n} + \sqrt{2 + u_{n-1}}}$

ج. برهن بالتراجع أن (u_n) متزايدة.

د. برهن بالتراجع أنه: $\forall n \in \mathbb{N}\ ,\ u_n = 2\cos\left(\frac{\theta}{2^n}\right)$

ثم أحسب $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n$

(3 نضع من أجل كل n من $\mathbb{N}$: $v_n = \frac{u_0}{2} \times \frac{u_1}{2} \times .... \times \frac{u_n}{2}$

أ. بين أنه : $\forall n \in \mathbb{N}\ ,\ v_n = \dfrac{1}{2^{n+1}} \times \dfrac{\sin(2\theta)}{\sin\left(\dfrac{\theta}{2^n}\right)}$

ب. أحسب $\lim\limits_{n\to+\infty} v_n$ علما أن : $\lim\limits_{x\to0} \frac{\sin x}{x} = 1$

بالتوفيق مع تحيات Remilamath

المتتاليات العددية (1)_
مراجعة المتتاليات الحسابية و الهندسية

تمرين 01 :

(u_n) متتالية حسابية أساسها r .

(v_n) و (w_n) متتاليتان معرفتان من أجل كل عدد طبيعي n بـ :

$$w_n = u_{3n} + \sqrt{7} \quad و \quad v_n = \frac{3}{5}u_n - \frac{1}{2}$$

بين أن المتتاليتان (v_n) و (w_n) حسابيتان يطلب تعيين الأساس لكل منهما

تمرين 02 :

(u_n) و (v_n) متتاليتان معرفتان من أجل كل n من $\mathbb{N}$ بـ :

$$v_n = \frac{1}{u_n - 1} \quad و \quad \begin{cases} u_0 = 2 \\ u_{n+1} = \dfrac{-1+2u_n}{u_n} \end{cases}$$

1 - بين أن (v_n) متتالية حسابية .

2 - أحسب v_n ثم u_n بدلالة n و استنتج $\lim\limits_{n \to +\infty} u_n$

تمرين 03 :

1 - أحسب قيمة العددين :

$$T = 3+7+11+.....+999 \quad و \quad S = 6+10+14+.....+1002$$

2 - أحسب المجموع $S_n = 1+4+7+.....+(3n+1)$ بدلالة n

ثم استنتج قيمة العدد : $X = 1+4+7+...+2008$

تمرين 04 :

(u_n) متتالية هندسية أساسها 3 و $u_1 = -2$

1 - أكتب u_n بدلالة n .

2 - أحسب المجموع $u_1 + u_2 + ...+ u_7$

3 - لتكن (v_n) متتالية بحيث : $v_n = u_{2n}$, $\forall n \in \mathbb{N}$

أحسب المجموع $v_1 + v_2 + ...+ v_n$

تمرين 05 :

لتكن (u_n) و (v_n) متتاليتان بحيث: $\begin{cases} u_1 = 1 \\ u_{n+1} = 2u_n + 3 \end{cases}$ و $v_n = u_n + 3$

1 - أثبت أن المتتالية (v_n) هندسية يطلب تعيين أساسها .

2 - عبر عن v_n ثم u_n بدلالة n . استنتج $\lim\limits_{n \to +\infty} u_n$

3 - أحسب : $S_n = v_1 + v_2 + ...+ v_n$ ثم استنتج $\lim\limits_{n \to +\infty} S_n$

4 - أحسب المجاميع التالية :

$$\Sigma_n = u_1^2 + u_2^2 + ...+ u_n^2 \quad و \quad T_n = u_1 + u_2 + ...+ u_n$$

تمرين 06 :

(u_n) و (v_n) متتاليتان معرفتان من أجل كل $n \in \mathbb{N}$ بـ :

$$v_n = \frac{3\times 2^n + 4n - 3}{2} \quad و \quad u_n = \frac{3\times 2^n - 4n + 3}{2}$$

1 - لتكن (w_n) المتتالية المعرفة بـ : $w_n = u_n + v_n$.

برهن أن (w_n) متتالية هندسية .

2 - لتكن (t_n) المتتالية المعرفة بـ : $t_n = u_n - v_n$.

برهن أن (t_n) متتالية حسابية.

3 - عبر عن المجموع التالي بدلالة n : $S_n = u_0 + u_1 + ...+ u_n$

تمرين 07 :

(u_n) و (v_n) متتاليتان معرفتان من أجل كل n من $\mathbb{N}$ بـ :

$$v_n = 4u_n - 6n + 15 \quad و \quad \begin{cases} u_0 = 1 \\ u_{n+1} = \dfrac{1}{3}u_n + n - 1 \end{cases}$$

1 - برهن أن (v_n) متتالية هندسية يطلب تعيين أساسها.

2 - أحسب v_0 ثم أحسب v_n بدلالة n .

استنتج أن : $\forall n \in \mathbb{N}$, $u_n = \dfrac{19}{4} \times \dfrac{1}{3^n} + \dfrac{6n-15}{4}$

3 - برهن أن المتتالية (u_n) يمكن كتابتها على الشكل $u_n = t_n + w_n$

حيث : t_n متتالية هندسية و w_n متتالية حسابية .

4 - أحسب $T_n = t_0 + t_1 + ...+ t_n$ و $W_n = w_0 + w_1 + ...+ w_n$

ثم إستنتج : $U_n = u_0 + u_1 + ...+ u_n$

تمرين 08 :

ليكن a و b عددان حقيقيان موجبان تماما .

نعرف المتتالية (u_n) كما يلي : $\begin{cases} u_0 = a \ , \ u_1 = b \\ u_{n+2} = u_{n+1} + 6u_n \ , \ \forall n \in \mathbb{N} \end{cases}$

نعتبر المتتاليتان (v_n) و (w_n) المعرفتان من أجل كل $n \in \mathbb{N}$ بـ :

$$w_n = u_{n+1} + 2u_n \quad و \quad v_n = u_{n+1} - 3u_n$$

1 - برهن أن (v_n) متتالية هندسية أساسها -2 و حدها الأول

$v_0 = b - 3a$ و أحسب v_n بدلالة n ، a و b

2 - برهن أن (w_n) متتالية هندسية ثم أحسب w_n بدلالة n ، a و b

3 - استنتج عبارة u_n بدلالة n ، a و b و أحسب $\lim\limits_{n \to +\infty} u_n$

تمرين 09 :

(u_n) و (v_n) متتاليتان معرفتان من أجل كل $n \in \mathbb{N}$ بـ :

$$v_n = u_{n+1} - u_n \quad و \quad \begin{cases} u_0 = 0 \ , \ u_1 = 1 \\ u_{n+2} = \dfrac{1}{3}u_{n+1} + \dfrac{2}{3}u_n \end{cases}$$

1 - برهن أن (v_n) متتالية هندسية و أحسب v_n بدلالة n

2 - أحسب $S_n = v_0 + v_1 + ...+ v_{n-1}$ ثم استنتج u_n بدلالة n

3 - أحسب $\lim\limits_{n \to +\infty} u_n$

تمرين 10 :

نعتبر المتتاليتين (u_n) و (v_n) المعرفتين بـ :

$$v_n = u_n + bn - 1 \quad و \quad \begin{cases} u_0 = 2 \\ u_n - 2u_{n+1} = 2n + 3 \end{cases}$$

1 - بين أنه يوجد عدد طبيعي b تكون من أجله المتتالية (v_n) هندسية يطلب تحديد أساسها و حدّها الأول

2 - عبر عن v_n ثم u_n بدلالة n

3 - أحسب $S_n = u_0 + u_1 + ...+ u_n$ ثم استنتج $\lim\limits_{n \to +\infty} \dfrac{S_n}{n^2}$

نهائي رياضيات
serie n° 2

المتتاليات العددية (2)
الاستدلال بالتراجع

أكتوبر 2007
Prof : Remila

.1 المتتالية $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ معرفة بـ : $u_0=-1$ و $u_{n+1}=3u_n+2$
برهن بالتراجع أن (u_n) متتالية ثابتة .

.2 نعتبر المتتالية (v_n) المعرفة بـ :
$$\forall n\in\mathbb{N}\,,\ v_{n+1}=v_n+2(n+1) \text{ و } v_0=1$$
1 – أحسب v_1 ، v_2 ، v_3 و v_4
2 – برهن بالتراجع أن : $\forall n\in\mathbb{N}\,,\ v_n=n^2+n+1$

.3 المتتالية (u_n) معرفة بـ :
$$\forall n\in\mathbb{N}\ ,\ u_n=\frac{1}{1\times 2}+\frac{1}{2\times 3}+.......+\frac{1}{n(n+1)}$$
بين أن : $u_n=\dfrac{n}{n+1}\ ,\ \forall n\in\mathbb{N}^*$

.4 بكالوريا
نضع $S_n=1^2+2^2+3^2+.....+n^2$ حيث $n\geq 1$
1 – أ) أحسب S_1 ، S_2 ، S_3 و S_4 .
ب) عبر عن S_{n+1} بدلالة S_n .
2 – برهن بالتراجع أنه : $\forall n\geq 1\,,\ S_n=\dfrac{n(n+1)(2n+1)}{6}$

.5 برهن بالتراجع أنه :
1 – $\forall n\geq 1\,,\ 1\times 2+2\times 3+....+n(n+1)=\dfrac{1}{3}n(n+1)(n+2)$
2 – $\forall n\in\mathbb{N}^*,\ \ 1^3+2^3+......+n^3=\dfrac{n^2(n+1)^2}{4}$
3 – $\forall n\geq 1,\ 1+2\times 2!+3\times 3!+....+n(n!)=(n+1)!-1$

.6 بين بالتراجع أنه :
1 – $\forall n\in\mathbb{N}^*\ \ ,\ \ 2^n\geq n$
2 – $\forall n\in\mathbb{N}\ ,\ (1+a)^n\geq 1+na \quad (a\in\mathbb{R}^+)$
3 – $\forall n\geq 2\ \ ,\ \ 5^n\geq 4^n+3^n$
4 – $\forall n\geq 3\ \ ,\ \ 3^n\geq (n+2)^2$

.7 من أجل كل عدد طبيعي n ، نعتبر الخاصية :
$$P_n\ :\ \ll 3^n\geq 2^n+5n^2 \gg$$
1 – بين أن : $\forall n\geq 2\ ,\ 3n^2\geq (n+1)^2$
2 – ما هو أصغر عدد طبيعي غير معدوم n الذي من أجله تكون الخاصية P_n صحيحة .
3 – برهن أنه من أجل كل $n\geq 5$ تكون P_n صحيحة .

.8 أثبت بالتراجع أنه :
1 – من أجل كل عدد طبيعي n ، $3^{2n}-2^n$ مضاعف للعدد 7
2 – من أجل كل عدد طبيعي n ، $2^{2n+1}+3^{2n+1}$ مضاعف للعدد 5 .
3 – لكل عدد طبيعي $n\geq 1$ ، $3\times 5^{2n-1}+2^{3n-2}$ مضاعف للعدد17.
4 – من أجل كل عدد طبيعي n ، $(2n-1)3^n+1$ مضاعف للعدد 4 .

.9 بكالوريا
نعتبر المتتالية (u_n) المعرفة بـ :
$$\forall n\in\mathbb{N}\ ,\ u_{n+1}=u_n+2n+3 \text{ و } u_0=1$$
1 – أدرس اتجاه تغير المتتالية (u_n) .
2 – برهن أنه : $\forall n\in\mathbb{N}\,,\ u_n>n^2$
3 – أعط تخمينا لعبارة u_n بدلالة n ثم برهن بالتراجع هذا التخمين.

.10 نعتبر المتتالية (v_n) المعرفة بـ :
$$\forall n\in\mathbb{N}\,,\ v_{n+1}=v_n-\frac{1}{n^2+3n+2} \text{ و } v_0=1$$
1 – أحسب v_1 ، v_2 ، v_3 و v_4
2 – أعط تخمينا لعبارة v_n بدلالة n ثم برهن بالتراجع هذا التخمين.

.11 المتتالية (u_n) معرفة بـ :
$$\forall n\in\mathbb{N}\,,\ u_{n+1}=\sqrt{2+u_n} \text{ و } u_0=1$$
1 – برهن بالتراجع أنه : $\forall n\in\mathbb{N}\,,\ 0\leq u_n\leq 2$
2 – أثبت أن المتتالية (u_n) متزايدة تماما.

.12 المتتالية (u_n) معرفة بـ :
$$\begin{cases} u_0=1 \\ u_{n+1}=\dfrac{5u_n+3}{u_n+3}\ ,n\in\mathbb{N}\end{cases}$$
1 – برهن بالتراجع أنه : $\forall n\in\mathbb{N}\ ,\ 0<u_n\leq 3$
2 – أدرس اتجاه تغير المتتالية (u_n).

.13 المتتالية $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ معرفة بـ : $u_0=1$ و $u_{n+1}=\dfrac{u_n}{2(u_n+1)}$
1 – برهن أن : $\forall n\in\mathbb{N}\ ,\ u_n>0$
2 – بين أن المتتالية (u_n) متناقصة تماما .
3 – أ) بين أن : $\forall n\in\mathbb{N}\,,\ \dfrac{u_{n+1}}{u_n}\leq\dfrac{1}{2}$
ب) استنتج باستعمال التراجع أن : $\forall n\in\mathbb{N}\ ,\ u_n\leq\left(\dfrac{1}{2}\right)^n$

.14 المتتالية $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ معرفة بـ : $u_0=5$ و $u_{n+1}=\dfrac{1}{2}(u_n+\dfrac{2}{u_n})$
1 – باستعمال الآلة الحاسبة أحسب u_1 ، u_2 و u_3.
2 – أعط تخمينا حول اتجاه تغير المتتالية (u_n)
3 – لتكن f الدالة المعرفة على $]0\,;+\infty[$ بـ : $f(x)=\dfrac{1}{2}(x+\dfrac{2}{x})$
– أدرس تغيرات الدالة f
– بين أن : $\forall n\in\mathbb{N}^*\ \ ,\ u_n>\sqrt{2}$ ثم استنتج تغيرات المتتالية (u_n).

.15 المتتالية $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ معرفة بـ : $u_0=1$ و $u_1=2$ و من أجل كل عدد طبيعي n ، $u_{n+2}=5u_{n+1}-6u_n$
برهن أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $u_n=2^n$