

www.sites.google.com/site/faresfergani  
Fares\_Fergani@yahoo.Fr

## تمارين مقترحة

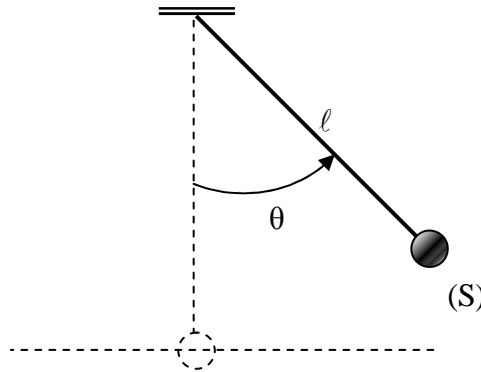
### 3AS U07 - Exercice 006

المحتوى المعرفي : تطور جملة مهترة .

السنة الدراسية : 2016/2015

#### نص التمرين : (\*)

نواس بسيط يتكون من خيط مهمل الكتلة و عديم الامتطاط طوله  $\ell = 1 \text{ m}$  و جسم نقطي (S) كتلته  $m$  ، نزيج النواس في اللحظة  $t$  بزاوية  $\theta_0$  .



1- بتطبيق قانون نيوتن الثاني في لحظة كيفية  $t$  يكون فيها الخيط يصنع الزاوية  $\theta$  مع الشاقول ، بين أن المعادلة التفاضلية بدلالة  $\theta(t)$  المميزة للحركة من أجل الساعات الصغيرة تكون من الشكل :

$$\frac{d^2\theta}{dt^2} + \omega^2\theta = 0$$

حيث  $\omega$  هو ثابت يميز طبيعة الحركة يطلب التعبير عنه بدلالة طول الخيط  $\ell$  و شدة الجاذبية  $g$  .

2- أثبت أن هذه المعادلة التفاضلية تقبل المعادلة  $\theta = \theta_0 \sin(\omega t + \varphi)$  كحل لها .

3- دور الحركة الاهتزازية الذاتي من أجل الساعات الصغيرة هو  $T_0 = 2s$  ، أوجد :

أ- النبض الذاتي  $\omega_0$  للحركة الاهتزازية .

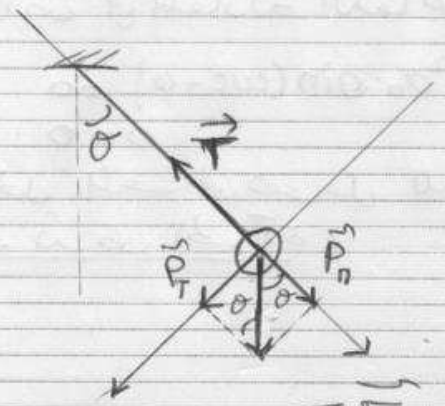
ب- قيمة الجاذبية الأرضية في مكان التجربة .

يعطى :  $\pi^2 = 10$

## حل التمرين

1- المعادلة التفاضلية :

- الجملة المدروسة : جسم (S)  
 - مرجع الارتفاع : سطحي أرضي  
 - نعتبره غاليلي  
 - القوى الخارجية المؤثرة :  
 الثقل  $\vec{P}$  ، قوة التوتر  $\vec{T}$   
 - تطبيق القانون الثاني لنيوتن



$$\sum \vec{F}_{ext} = m \vec{a}_g$$

$$\vec{P} + \vec{T} = m \vec{a}_g$$

لا تسقط على المحور المماسي (ot)

$$-P \sin \theta = m a_t$$

$$-mg \sin \theta = m \frac{dv}{dt}$$

لدينا

$$v = l \frac{d\theta}{dt} \rightarrow \frac{dv}{dt} = l \frac{d^2\theta}{dt^2}$$

ومنه يصبح :

$$-mg \sin \theta = m l \frac{d^2\theta}{dt^2}$$

$$l \frac{d^2\theta}{dt^2} + g \sin \theta = 0$$

$$\frac{d^2\theta}{dt^2} + \frac{g}{l} \sin \theta = 0$$

من أجل السعات الزاوية الصغيرة يكون  $\sin \theta \approx \theta$  ومنه

$$\frac{d^2\theta}{dt^2} + \frac{g}{l} \theta = 0$$

المعادلة التفاضلية المعطاة نجد :

$$\omega = \sqrt{\frac{g}{l}}$$

٣- التحقق من حل المعادلة التفاضلية :

$$\theta = \theta_0 \cos(\omega t + \varphi)$$

$$\frac{d\theta}{dt} = -\omega \theta_0 \sin(\omega t + \varphi)$$

$$\frac{d^2\theta}{dt^2} = -\omega^2 \theta_0 \cos(\omega t + \varphi)$$

بالتعويض في المعادلة التفاضلية :

$$-\omega^2 \theta_0 \cos(\omega t + \varphi) + \omega^2 \cdot \theta_0 \cos(\omega t + \varphi) = 0$$

$$0 = 0$$

اذن الحل المقطوع هو حل للمعادلة التفاضلية

3-9- تبين الحركة :

$$\omega = \frac{2\pi}{T_0}$$

$$\omega_0 = \frac{2\pi}{2} = \pi \text{ rad/s}$$

$$\omega^2 = \frac{g}{l} \rightarrow g = \omega^2 \times l$$

فإنه  $g$  -  
مما نسبته ؟

$$g = \pi^2 \times 1 = 10 \text{ m/s}^2$$