

www.sites.google.com/site/faresfergani  
Fares\_Fergani@yahoo.Fr

## تمارين مقترحة

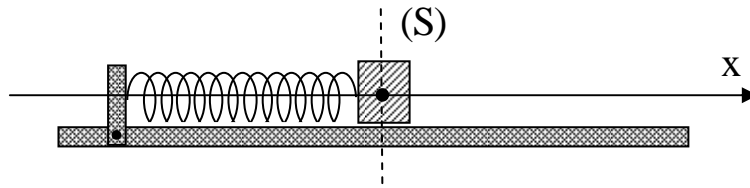
### 3AS U07- Exercice 003

المحتوى المعرفي : تطور جملة مهترة .

السنة الدراسية : 2016/2015

#### نص التمرين : (\*)

يتألف نواس مرن أفقي من نابض مرن مهمل الكتلة حلقاته غير متلاصقة و جسم صلب (S) كتلته  $m = 1 \text{ kg}$  ، نزيح الجسم (S) عن وضع توازنه بزاوية بمقدار  $1 \text{ cm}$  ، ثم نتركه حرا لحاله دون سرعة ابتدائية ، نعتبر مبدأ الأزمنة لحظة مرور مركز عطالة الجسم (S) بوضع التوازن في الإتجاه السالب .



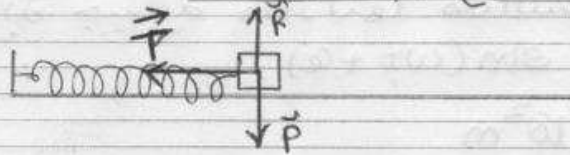
تتميز حركة مركز عطالة الجسم (S) بالمعادلة التفاضلية التالية :

$$\frac{d^2x}{dt^2} + 100x(t) = 0$$

- 1- أكتب المعادلة التفاضلية لحركة هذا الجسم بدلالة المطال  $x(t)$  .
- 2- بين أن حركة مركز عطالة (S) اهتزازية جيبية غير متخامدة ، محدد عبارة نبضها  $\omega$  بدلالة  $k$  ،  $m$  .
- 3- اعتمادا على المعادلة التفاضلية المعطاة حدد :
  - أ- نبض الحركة و دورها .
  - ب- ثابت مرونة النابض .
- 4- أكتب المعادلة الزمنية للحركة للمطال  $x(t)$  ، باعتبار مبدأ الأزمنة لحظة مرور مركز عطالة (S) بوضع التوازن في الإتجاه السالب .

## حل التمرين

### 1- المعادلة التفاضلية بدلالة $x(t)$



- الجملة المدروسة : جسم (م)
- مرجع الـرأسية : سطح أرضي نعتبره غاليلي
- القوى الخارجية المؤثرة : الثقل  $\vec{P}$  ، قوة رد القمل  $\vec{R}$  ، قوة التوتر  $\vec{T}$
- بتطبيق قانون نيوتن الثاني :

$$\sum \vec{F}_{ext} = m\vec{a}$$

$$\vec{P} + \vec{R} + \vec{T} = m\vec{a}$$

بالاستقطاب على المحور  $Ox$  :

$$-T = ma$$

$$-Kx = m \frac{d^2x}{dt^2}$$

$$m \frac{d^2x}{dt^2} + Kx = 0$$

$$\frac{d^2x}{dt^2} + \frac{K}{m} x = 0$$

### 2- طبيعة الحركة

المعادلة التفاضلية هي من الشكل  $\frac{d^2x}{dt^2} + \omega^2 x = 0$  ، وهي

معادلات تفاضلية من الدرجة الثانية حلها جيبسي ، إذن  
طبيعة حركة (م) اهتزازية جيبية غير متعامدة بتوسطها

$$\omega = \sqrt{\frac{K}{m}}$$

### 3- 1- نبض الحركة

بمطابقة المعادلة التفاضلية المعطاة مع المعادلة التفاضلية

$$\omega^2 = 100 \rightarrow \omega = 10 \text{ rad/s}$$

ويكون :

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{10} = 0,628 \text{ s}$$

ب- ثابت مرونة النابض :

مما سبق :

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} \rightarrow \omega^2 = \frac{k}{m} \rightarrow k = \omega^2 m$$

$$k = (10)^2 \times 1 = 100 \text{ N/Kg}$$

4- المعادلة الزمنية

الحركة اهتزازية جيبية معادلتها من الشكل :

$$x = X_0 \cos(\omega t + \varphi)$$

$$X_0 = 10^{-2} \text{ m}$$

$$\omega = 10 \text{ rad/s}$$

$$x = 10^{-2} \cos(10t + \varphi)$$

يصبح

من الشروط الابتدائية :

$$t=0 \quad \begin{array}{l} \rightarrow x=0 \\ \rightarrow v < 0 \end{array} \quad (\text{الاتجاه السالب})$$

بالتعويض في  $x(t)$  :

$$0 = 10^{-2} \cos(10(0) + \varphi)$$

$$\cos \varphi = 0 \rightarrow \varphi = \frac{\pi}{2} \text{ أو } \varphi = \frac{3\pi}{2}$$

بالتعويض في معادلة السرعة عند اللحظة  $t=0$  :

$$\varphi = \pi/2 \rightarrow v = -v_0 \sin(\pi/2) \rightarrow v < 0 \text{ (مقبول)}$$

$$\varphi = 3\pi/2 \rightarrow v = -v_0 \sin(3\pi/2) \rightarrow v > 0 \text{ (مرفوض)}$$

اذن :  $\varphi = \pi/2$  ومنه المعادلة تصبح

$$x = 10^{-2} \cos(10t + \frac{\pi}{2})$$

د- المعادلة الزمنية للسرعة

$$v = \frac{dx}{dt}$$

$$v = -10 \cdot 10^{-2} \sin(10t + \frac{\pi}{2})$$

$$v = -0.1 \sin(10t + \frac{\pi}{2})$$