

www.sites.google.com/site/faresfergani
Fares_Fergani@yahoo.Fr

تمارين مقترحة

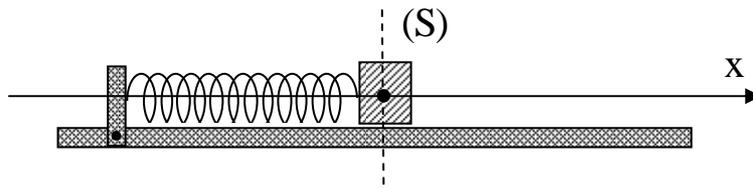
3AS U07- Exercice 003

المحتوى المعرفي : تطور جملة مهترة .

السنة الدراسية : 2016/2015

نص التمرين : (*)

يتألف نواس مرن أفقي من نابض مرن مهمل الكتلة حلقاته غير متلاصقة و جسم صلب (S) كتلته $m = 1 \text{ kg}$ ، نزيح الجسم (S) عن وضع توازنه بزاوية بمقدار 1 cm ، ثم نتركه حرا لحاله دون سرعة ابتدائية ، نعتبر مبدأ الأزمنة لحظة مرور مركز عطالة الجسم (S) بوضع التوازن في الإتجاه السالب .



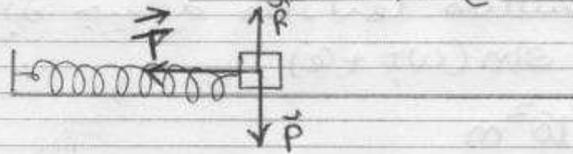
تتميز حركة مركز عطالة الجسم (S) بالمعادلة التفاضلية التالية :

$$\frac{d^2x}{dt^2} + 100x(t) = 0$$

- 1- أكتب المعادلة التفاضلية لحركة هذا الجسم بدلالة المطال $x(t)$.
- 2- بين أن حركة مركز عطالة (S) اهتزازية جيبية غير متخامدة ، محدد عبارة نبضها ω بدلالة k ، m .
- 3- اعتمادا على المعادلة التفاضلية المعطاة حدد :
 - أ- نبض الحركة و دورها .
 - ب- ثابت مرونة النابض .
- 4- أكتب المعادلة الزمنية للحركة للمطال $x(t)$ ، باعتبار مبدأ الأزمنة لحظة مرور مركز عطالة (S) بوضع التوازن في الإتجاه السالب .

حل التمرين

1- المعادلة التفاضلية بدلالة $x(t)$



- الجملة المدروسة : جسم (S)

- مرجع الارتفاع : سطح أرضي نعتبره غاليلي

- القوى الخارجية المؤثرة : الثقل \vec{P} ، قوة رد القمل \vec{R} ، قوة التوتر \vec{T}

- بتطبيق قانون نيوتن الثاني :

$$\sum \vec{F}_{ext} = m\vec{a}$$

$$\vec{P} + \vec{R} + \vec{T} = m\vec{a}$$

بالاستقطاب على المحور Ox :

$$-T = ma$$

$$-Kx = m \frac{d^2x}{dt^2}$$

$$m \frac{d^2x}{dt^2} + Kx = 0$$

$$\frac{d^2x}{dt^2} + \frac{K}{m} x = 0$$

2- طبيعة الحركة

المعادلة التفاضلية هي من الشكل $\frac{d^2x}{dt^2} + \omega^2 x = 0$ ، وهي

معادلات تفاضلية من الدرجة الثانية حلها جيبسي ، إذن
طبيعة حركة (S) اهتزازية جيبية غير متعامدة تبينها

$$\omega = \sqrt{\frac{K}{m}}$$

3- نفس الحركة

بمطابقة المعادلة التفاضلية المعطاة مع المعادلة التفاضلية

$$\omega^2 = 100 \rightarrow \omega = 10 \text{ rad/s}$$

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{10} = 0,6285 \text{ s} \quad \text{ويكون :}$$

ب- ثابت مرونة النابض :

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} \rightarrow \omega^2 = \frac{k}{m} \rightarrow k = \omega^2 m \quad \text{مما سبق :}$$

$$k = (10)^2 \times 1 = 100 \text{ N/Kg}$$

ج- المعادلة الزمنية :

الحركة اهتزازية جيبية معادلتها من الشكل :

$$x = X_0 \cos(\omega t + \varphi)$$

$$\bullet X_0 = 10^{-2} \text{ m}$$

$$\bullet \omega = 10 \text{ rad/s}$$

$$x = 10^{-2} \cos(10t + \varphi)$$

يصبح

من الشروط الابتدائية :

$$t = 0 \quad \begin{array}{l} \rightarrow x = 0 \\ \rightarrow v < 0 \text{ (الاتجاه السالب)} \end{array}$$

بالتعويض في $x(t)$:

$$0 = 10^{-2} \cos(10(0) + \varphi)$$

$$\cos \varphi = 0 \rightarrow \varphi = \frac{\pi}{2} \text{ أو } \varphi = \frac{3\pi}{2}$$

بالتعويض في معادلة السرعة عند اللحظة $t = 0$:

$$\varphi = \pi/2 \rightarrow v = -v_0 \sin(\pi/2) \rightarrow v < 0 \text{ (مقبول)}$$

$$\varphi = 3\pi/2 \rightarrow v = -v_0 \sin(3\pi/2) \rightarrow v > 0 \text{ (مرفوض)}$$

اذن ، $\varphi = \pi/2$ ومنه للمعادلة تصبح

$$x = 10^{-2} \cos(10t + \frac{\pi}{2})$$

د- المعادلة الزمنية للسرعة :

$$v = \frac{dx}{dt}$$

$$v = -10 \cdot 10^{-2} \sin(10t + \frac{\pi}{2})$$

$$v = -0.1 \sin(10t + \frac{\pi}{2})$$